

Performance d'outils de modélisation pour la résolution de deux problématiques de bruit et de vibrations de type impulsionnel

Celse Kafui Amédin
Franck Sgard
Noureddine Atalla

RAPPORTS
SCIENTIFIQUES

R-961



NOS RECHERCHES travaillent pour vous !

Solidement implanté au Québec depuis 1980, l'Institut de recherche Robert-Sauvé en santé et en sécurité du travail (IRSST) est un organisme de recherche scientifique reconnu internationalement pour la qualité de ses travaux.

Mission

Contribuer, par la recherche, à la prévention des accidents du travail et des maladies professionnelles ainsi qu'à la réadaptation des travailleurs qui en sont victimes;

Assurer la diffusion des connaissances et jouer un rôle de référence scientifique et d'expertise;

Offrir les services de laboratoires et l'expertise nécessaires à l'action du réseau public de prévention en santé et en sécurité du travail.

Doté d'un conseil d'administration paritaire où siègent en nombre égal des représentants des employeurs et des travailleurs, l'IRSST est financé par la Commission des normes, de l'équité, de la santé et de la sécurité du travail.

Pour en savoir plus

Visitez notre site Web ! Vous y trouverez une information complète et à jour. De plus, toutes les publications éditées par l'IRSST peuvent être téléchargées gratuitement. www.irsst.qc.ca

Pour connaître l'actualité de la recherche menée ou financée par l'IRSST, abonnez-vous gratuitement :

- au magazine *Prévention au travail*, publié conjointement par l'Institut et la CNESST (preventionautravail.com)
- au bulletin électronique [InfoIRSST](#)

Dépôt légal

Bibliothèque et Archives nationales du Québec
2017
ISBN : 978-2-89631-923-7
ISSN : 0820-8395

IRSST - Direction des communications
et de la valorisation de la recherche
505, boul. De Maisonneuve Ouest
Montréal (Québec)
H3A 3C2
Téléphone : 514 288-1551
publications@irsst.qc.ca
www.irsst.qc.ca
© Institut de recherche Robert-Sauvé
en santé et en sécurité du travail,
mai 2017

Performance d'outils de modélisation pour la résolution de deux problématiques de bruit et de vibrations de type impulsif

Celse Kafui Amédin¹, Franck Sgard², Nouredine Atalla¹

¹Université de Sherbrooke

²IRSST

RAPPORTS
SCIENTIFIQUES

R-961



Avis de non-responsabilité

L'IRSST ne donne aucune garantie relative à l'exactitude, la fiabilité ou le caractère exhaustif de l'information contenue dans ce document. En aucun cas l'IRSST ne saurait être tenu responsable pour tout dommage corporel, moral ou matériel résultant de l'utilisation de cette information.

Notez que les contenus des documents sont protégés par les législations canadiennes applicables en matière de propriété intellectuelle.

Cliquez recherche



Cette publication est disponible en version PDF sur le site Web de l'IRSST.



ÉVALUATION PAR DES PAIRS

Conformément aux politiques de l'IRSST, les résultats des travaux de recherche publiés dans ce document ont fait l'objet d'une évaluation par des pairs.

REMERCIEMENTS

Les auteurs de l'étude tiennent à remercier chaleureusement Dr Toufic Abboud et M. Xiaodong Zhou du service technologique IMACS, rattaché au Centre de Mathématiques Appliquées de l'École polytechnique de Palaiseau en France. Grâce aux échanges relatifs à la modélisation des problématiques considérées dans cette étude, ils ont grandement aidé à l'obtention des résultats avec le module TD-BEM (Sonate) du logiciel Virtual.Lab pour la configuration de la demi-sphère élastique excitée par une onde plane impulsionnelle.

SOMMAIRE

Des centaines de milliers de travailleurs au Québec sont susceptibles d'être régulièrement exposés à des niveaux très élevés de bruit et de vibrations sur leurs lieux de travail. Ces nuisances sont associées à des lésions professionnelles qui peuvent même être irréversibles à long terme. Les bruits et vibrations de forts niveaux peuvent donc entraîner des coûts humains, sociaux et économiques très importants. Par conséquent, des actions vigoureuses de prévention seraient appropriées pour limiter l'exposition des travailleurs à ces agents nocifs.

Dans divers secteurs d'activité professionnelle comme les mines, la construction, la transformation de métaux, la forêt, l'agriculture, l'aéronautique, la police, etc., le bruit et les vibrations sont souvent de nature impulsionnelle, c'est-à-dire que les nuisances se traduisent généralement par des niveaux très élevés pendant une courte durée, et elles sont alors potentiellement très dangereuses pour les travailleurs exposés. Une stratégie efficace de lutte contre ces agents nocifs devrait reposer sur des méthodes permettant de décrire les problématiques et de les résoudre directement dans le domaine temporel, au lieu de méthodes fréquentielles, largement disponibles, mais plutôt adaptées pour traiter les phénomènes continus, stationnaires et périodiques. Il serait donc approprié de disposer d'outils de modélisation numérique dans le domaine temporel, qui permettraient de résoudre des problématiques de bruits et de vibrations impulsifs, par exemple celles qui concernent les outils portatifs dont l'emploi génère souvent ces nuisances, ainsi que celles qui concernent les protecteurs auditifs utilisés par des travailleurs.

La présente étude a pour but d'évaluer si des outils de modélisation commerciaux proposant des techniques de résolution dans le domaine temporel pourraient avantageusement servir à modéliser des phénomènes de bruit et de vibrations impulsifs en santé et en sécurité du travail (SST). Plus précisément, les modules de résolution dans le domaine temporel des logiciels COMSOL, Abaqus et Virtual.Lab ont été testés pour évaluer leur aptitude à traiter efficacement deux problématiques idéalisées de bruits et vibrations impulsifs en lien avec les outils portatifs et les protecteurs auditifs.

La première partie du rapport porte sur la description et la mise en contexte des problématiques réelles en SST portant sur les outils portatifs et les protecteurs auditifs. Des niveaux de simplification pour transformer ces problématiques réelles en des configurations idéalisées plus appropriées pour l'évaluation des logiciels ont aussi été exposés, et les excitations considérées ont été largement décrites.

Dans la seconde partie du rapport, plusieurs approches dans les domaines temporel et fréquentiel sont exposées pour déterminer des solutions analytiques de référence qui ont ensuite servi dans l'évaluation des performances des logiciels.

La troisième partie est consacrée, pour chacun des trois logiciels testés, à une description substantielle des fondements et de la procédure de modélisation, suivie de la démarche de modélisation proprement dite des problématiques idéalisées. Les différents critères pris en compte dans l'évaluation des logiciels ont ensuite été indiqués.

Dans la quatrième partie du rapport, des comparaisons sont faites, d'abord entre les résultats des diverses approches utilisées pour évaluer la qualité des solutions analytiques de référence, et ensuite, entre des solutions de référence et les résultats obtenus avec les logiciels. Ces comparaisons ont révélé que COMSOL et Abaqus ont fourni de bons résultats pour la problématique idéalisée relative aux outils portatifs, et que pour celle relative aux protecteurs auditifs, les résultats des trois logiciels sont globalement acceptables.

La cinquième et dernière partie du rapport est consacrée à l'évaluation effective des logiciels, à partir des observations tirées de leur utilisation et des résultats de modélisation obtenus. L'évaluation a été conduite en indiquant, pour chacun des critères considérés, les avantages ou inconvénients de chaque logiciel. Elle a permis de conclure que : (i) les versions testées des modules de résolution dans le domaine temporel des trois logiciels ont *a priori* le potentiel pour résoudre des problématiques complexes réelles de bruit et de vibrations en SST, seulement si les traitements poreux et la non-linéarité dans le milieu de propagation ne sont pas pris en compte; (ii) la mise en œuvre de nouvelles formulations dans les solveurs de ces modules est nécessaire pour résoudre des problématiques complexes réelles de bruit et de vibrations en SST.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	I
SOMMAIRE	III
LISTE DES TABLEAUX.....	VII
LISTE DES FIGURES.....	IX
1. INTRODUCTION.....	1
2. OBJECTIFS DE L'ÉTUDE.....	7
3. MÉTHODOLOGIE.....	9
3.1 Description des problématiques et mise en contexte SST	9
3.1.1 Outils percussifs.....	9
3.1.2 Protecteurs auditifs.....	9
3.2 Configurations étudiées.....	10
3.2.1 Cas d'une plaque excitée par une force d'impact transitoire.....	10
3.2.2 Cas d'une demi-sphère sur un baffle rigide excitée par une onde plane impulsionnelle.....	13
3.3 Formulation analytique des cas de références.....	18
3.3.1 Cas de la plaque excitée par une force d'impact transitoire	18
3.3.2 Cas de la demi-sphère sur un baffle rigide excitée par une onde plane impulsionnelle..	21
3.4 Modélisation numérique des cas de référence à l'aide des logiciels utilisés	27
3.4.1 Choix des maillages et du pas de temps.....	28
3.4.2 Logiciel COMSOL.....	30
3.4.3 Logiciel Abaqus	38
3.4.4 Logiciel Virtual.Lab.....	44
3.5 Critères d'évaluation des modules de résolution dans le domaine temporel des logiciels	50
4. RÉSULTATS ET DISCUSSION.....	51
4.1 Résultats numériques.....	51
4.1.1 Réponse vibroacoustique d'une plaque excitée par une force d'impact transitoire.....	51
4.1.2 Réponse acoustique d'une demi-sphère excitée par une onde plane impulsionnelle ...	55

4.2	Évaluation des logiciels utilisés	63
4.2.1	Pertinence et performance.....	64
4.2.2	Documentation.....	64
4.2.3	Assistance technique.....	65
4.2.4	Convivialité de l'interface graphique.....	65
4.2.5	Procédure d'élaboration des modèles d'éléments finis.....	65
4.2.6	Exigences informatiques.....	66
4.2.7	Temps de calcul	66
4.2.8	Options de post-traitement.....	67
4.2.9	Évolutivité et potentialité.....	67
5.	CONCLUSIONS, RECOMMANDATIONS ET PERSPECTIVES	69
	BIBLIOGRAPHIE.....	75
	ANNEXE A : CALCUL SEMI-ANALYTIQUE DANS LE DOMAINE TEMPOREL DE LA RÉPONSE VIBROACOUSTIQUE D'UNE PLAQUE EXCITÉE EN SON CENTRE PAR UNE FORCE D'IMPACT.....	83
	ANNEXE B : AUTRES APPROCHES SEMI-ANALYTIQUES POUR CALCULER LA RÉPONSE VIBROACOUSTIQUE D'UNE PLAQUE EXCITÉE EN SON CENTRE PAR UNE FORCE D'IMPACT.....	85
	ANNEXE C : CALCUL DE LA RÉPONSE ACOUSTIQUE DANS LE DOMAINE DE LAPLACE D'UNE SPHÈRE ÉLASTIQUE EXCITÉE PAR UNE ONDE PLANE INCIDENTE	89
	ANNEXE D : CALCUL DIRECT DE LA RÉPONSE D'UNE DEMI-SPHÈRE BAFFLÉE DANS COMSOL.....	97

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 – Paramètres physiques utilisés pour la configuration de la plaque	21
Tableau 2 – Paramètres physiques utilisés pour la demi-sphère.....	26
Tableau 3 – Paramètres utilisés dans les trois approches de référence du cas de la plaque	52

LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Illustration de la simplification adoptée pour la modélisation des vibrations générées par l'utilisation d'outils percussifs et du rayonnement de structures soumises à des excitations impulsionnelles.	11
Figure 2 : Plaque insérée dans un baffle acoustique rigide rayonnant dans l'air et excitée en son centre par une force d'impact.	12
Figure 3 : Force d'impact transitoire.	13
Figure 4 : Spectre associé (module de la transformée de Fourier) de la force d'impact transitoire.	13
Figure 5 : Niveaux de simplification adoptés dans la modélisation du système tête/torse/protecteur auditif : en partant du travailleur jusqu'à la configuration simplifiée avec baffle, en passant par la tête artificielle.	14
Figure 6 : Demi-sphère élastique reposant sur un baffle acoustique rigide excitée acoustiquement.	15
Figure 7 : Pulse gaussien $\sigma = 3,044e^{-5}$ et $t_0 = 1,735e^{-4}$ (gauche) et fonction de Heaviside régularisée obtenue par intégration du pulse gaussien (droite).	17
Figure 8 : Spectres associés (modules de la transformée de Fourier) du pulse gaussien (gauche) et des fonctions de Heaviside et de Heaviside régularisée (droite).	18
Figure 9 : Équivalence entre une demi-sphère élastique reposant sur un baffle acoustique rigide excitée acoustiquement (a) et la superposition de deux sphères élastiques soumises à des excitations symétriques (b).	23
Figure 10 : Étapes de la méthode pour obtenir la réponse temporelle à partir de la réponse fréquentielle.	24
Figure 11 : Étapes de la méthode pour obtenir la réponse temporelle à partir de la réponse dans le domaine de Laplace.	26
Figure 12 : Illustration des composantes de l'interface graphique de COMSOL.	32
Figure 13 : Description de la géométrie, des domaines et des conditions aux limites utilisées dans le logiciel COMSOL pour le problème de la plaque.	34
Figure 14 : Maillage utilisé dans COMSOL pour un pas de temps d'intégration de $5 \mu\text{s}$	35
Figure 15 : Description de la géométrie, des domaines et des conditions aux limites utilisées dans le logiciel COMSOL pour le problème de la sphère.	37
Figure 16 : Maillage utilisé dans COMSOL pour un pas de temps d'intégration de $5 \mu\text{s}$	38
Figure 17 : Illustration des composantes de l'interface Abaqus/CAE.	39
Figure 18 : Géométries du quart de sphère et du milieu fluide environnant dans l'interface Abaqus/CAE.	44
Figure 19 : Illustration des composantes de l'interface graphique de Virtual.Lab.	46

Figure 20 : Maillage structural utilisé par Virtual.Lab pour un pas de temps d'intégration de 3,06 μ s.	49
Figure 21 : Description des points de calcul du cas de la plaque.	52
Figure 22 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la plaque élastique excitée par une force d'impact : comparaison entre les trois approches de calcul.....	53
Figure 23 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la plaque bafflée excitée par une force d'impact: comparaison entre les résultats fournis par deux logiciels et par la solution de référence.	54
Figure 24 : Description des points de calcul du cas de la demi-sphère.	55
Figure 25 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la demi-sphère élastique excitée par le pulse gaussien: comparaison entre les méthodes de calcul dans le domaine fréquentiel et le domaine de Laplace.....	56
Figure 26 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la demi-sphère élastique excitée par la fonction de Heaviside régularisée: comparaison entre les méthodes de calcul dans le domaine fréquentiel et le domaine de Laplace.	57
Figure 27 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la demi-sphère élastique excitée par le pulse gaussien: comparaison entre les résultats des différents logiciels et la solution de référence (analytique).	59
Figure 28 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la demi-sphère élastique excitée par la fonction de Heaviside régularisée: comparaison entre les résultats des différents logiciels et la solution de référence (analytique).....	60
Figure 29 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul A_1 et B_1 pour les demi-sphères rigide et élastique excitées par le pulse gaussien: comparaison entre les résultats de COMSOL et la solution de référence (analytique).	61
Figure 30 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul A_1 et B_1 pour les demi-sphères rigide et élastique excitées par la fonction de Heaviside régularisée: comparaison entre les résultats de COMSOL et la solution de référence (analytique).....	62
Figure 31 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul A_1 , O et A_2 pour la demi-sphère élastique de rayon 5 cm excitée par le pulse gaussien: comparaison entre les résultats fournis par COMSOL et la solution de référence (analytique).	63
Figure 32 : Plaque en aluminium reposant sur un baffle acoustique rigide dans une cavité d'air et excitée en son centre par une force d'impact.....	83
Figure 33 : Sphère élastique excitée par une onde plane impulsionnelle.	89
Figure 34 : Conditions aux limites du modèle de la demi-sphère dans l'interface graphique de COMSOL.	97
Figure 35 : Influence des dimensions du baffle sur les réponses temporelles aux points de calcul – comparaison entre les résultats du logiciel COMSOL et la solution de référence.	99

1. INTRODUCTION

Au Québec, plusieurs centaines de milliers de travailleurs seraient régulièrement exposés à des niveaux de bruit qui peuvent endommager l'audition. D'après les données de l'Enquête québécoise sur des conditions de travail, d'emploi et de santé et de sécurité du travail (EQCOTESST, 2011) [1] et de l'Enquête québécoise sur la santé de la population (EQSP, 2012) [2], entre 287 000 et 359 000 travailleurs seraient exposés quotidiennement à des niveaux de bruit nocifs sur une base plus ou moins régulière, « à tel point qu'il est difficile de tenir une conversation à un mètre de distance, même en criant » [3]. L'exposition régulière au bruit intense en milieu professionnel peut induire des effets graves sur la santé (surdité, bourdonnement d'oreilles, effets extra-auditifs comme la perte de sommeil, la fatigue, le stress, l'impatience, l'anxiété, les troubles cardiovasculaires, l'hypertension, etc.) [4], [5] et sur la sécurité des travailleurs (risque d'accident à cause de difficultés de communication en milieux bruyants, manque de concentration et réduction ou perte de la perception des avertisseurs sonores de danger). Les conséquences de cette exposition sont inestimables pour le travailleur atteint, car la surdité affecte considérablement sa qualité de vie, limite ses rapports avec son entourage, réduit sa coordination et sa concentration et cause de l'interférence lors de la communication. Elle contribue donc à augmenter le risque d'accident en milieu de travail [6].

En plus du travailleur affecté, l'exposition au bruit nocif en milieu de travail entraîne d'énormes conséquences pour l'employeur, l'entreprise et la société. L'Institut national de santé publique du Québec (INSPQ) estime en effet, de manière conservatrice, que le coût annuel de la surdité professionnelle pour le régime d'indemnisation serait au moins de l'ordre de 7,1 millions de dollars [7]. La surdité professionnelle constitue la seconde maladie professionnelle en nombre de cas indemnisés par la Commission des normes, de l'équité, de la santé et de la sécurité du travail (CNESST) [8]. Entre 1997 et 2013, la CNESST a accepté plus de 50 000 réclamations de travailleurs ayant une surdité professionnelle au Québec. Depuis 2010, c'est plus de 4 000 cas qui sont acceptés annuellement [9]. Dans un portrait global des lésions professionnelles indemnisées par la CNESST, incluant des éléments de coûts non assurés tels que les frais médicaux, les coûts salariaux, les coûts administratifs, les frais funéraires, les pertes de productivité ainsi que les coûts humains, le bruit se classe au premier rang parmi tous les agents causaux, en ce qui concerne le coût moyen d'une lésion, soit 154 406 \$ par année [10]. Les déficiences auditives et la surdité peuvent donc induire de lourdes charges sociales, financières et économiques pour les personnes affectées, leurs familles et les entreprises.

Les vibrations constituent aussi un problème important de santé et de sécurité sur divers lieux de travail au Québec, comme dans les secteurs des mines, de l'agriculture, des ateliers mécaniques, de l'exploitation forestière, de la construction et du transport. Elles peuvent être transmises aux mains et aux bras lors de l'utilisation de divers outils vibrants : clés à chocs, cloueuses pneumatiques, débroussailleuses, d capeurs, marteaux-piqueurs, meuleuses, perceuses et tournevis à percussion, perforateurs, ponceuses, plaques vibrantes, riveteuses, scies à chaîne, tondeuses... Il s'agit alors de l'exposition aux vibrations du système main-bras, qui peut entraîner des douleurs associées à une gêne fonctionnelle de la main ou des articulations et qui peut résulter en une atteinte des nerfs, des vaisseaux sanguins de la main et des doigts (phénomène de Raynaud), des systèmes neurologique et musculosquelettique, et des ulcères au bout des doigts [11]–[13].

En milieu de travail, les vibrations peuvent aussi être transmises au corps lors de la conduite de véhicules divers : camions, autobus, chariots élévateurs, tracteurs et autres engins agricoles, grues, engins de terrassement, hélicoptères, etc. Il s'agit dans ce cas d'une exposition aux vibrations globales du corps, qui pourrait entraîner une incidence accrue des troubles de l'intestin, de l'appareil circulatoire, et des systèmes musculosquelettique et neurologique. Il peut en résulter une arthrose du dos, des pathologies diverses du cou et des épaules, une dégénérescence de la colonne vertébrale ou une hernie discale, et même des conséquences de prématurité pour les femmes enceintes et des dommages sur le fœtus [13], [14].

L'exposition aux vibrations peut également constituer un risque additionnel d'accident pour les travailleurs devant exploiter des machines qui nécessitent une grande dextérité. Les conséquences de l'exposition aux vibrations peuvent aussi constituer des facteurs de handicap dans les activités extraprofessionnelles des travailleurs concernés [12].

Le bruit nocif et les fortes vibrations en milieu de travail entraînent donc des coûts économiques, sociaux et humains très élevés, surtout parce que les lésions qui en résultent peuvent empirer et devenir irréversibles à long terme [12], [15]. Il est alors très important de mener des actions vigoureuses de prévention pour limiter l'exposition des travailleurs à ces agents nocifs.

De nombreux problèmes de bruit et de vibrations en milieu de travail résultent de sources transitoires ou impulsives, c'est-à-dire de phénomènes rapides ou à courte durée de vie, par exemple, les chocs et impacts découlant de l'utilisation d'outils percussifs (cloueuses, scies à chaîne, perceuses, marteaux burineurs, etc.), de rivetage, de forage et d'explosion. Ces phénomènes sont présents dans de nombreux secteurs professionnels: mines, construction, transformation de métaux, forêt, aéronautique, police, etc. Plusieurs centaines de milliers de travailleurs évoluent dans ces secteurs au Québec, et ils sont ainsi susceptibles d'être affectés par ces phénomènes caractérisés par une réponse de courte durée et donc par un contenu fréquentiel à très large bande. Les bruits et vibrations de type impulsif peuvent être dangereux pour les travailleurs qui y sont exposés, surtout à cause des niveaux très élevés atteints sur une courte durée. Dans le cas particulier des cloueuses, par exemple, il a été documenté [16] que le niveau de bruit équivalent d'un seul impact peut atteindre 105 dBA pendant une seconde, induisant alors un niveau d'exposition équivalent sur 8 h de 101 dBA pour une tâche typique de 12 000 clouages par jour. En ce qui concerne les vibrations, le niveau équivalent sur 8 heures $A(8)$ est estimé à $4,5 \text{ m/s}^2$, ce qui est bien au-dessus du niveau de précaution sanitaire de $2,5 \text{ m/s}^2$ et légèrement en dessous du seuil limite d'exposition de 5 m/s^2 . Il est donc manifeste que l'utilisation de ces outils peut entraîner de la surdité professionnelle et des syndromes de vibrations main-bras. Cependant, la réduction du bruit et des vibrations de ce type d'outil pose un certain nombre de défis comme l'identification des sources instationnaires de bruit et de vibrations ainsi que la mise en œuvre de solutions efficaces palliatives, compte tenu des contraintes ergonomiques et environnementales.

La protection individuelle demeure la solution la plus utilisée à court terme pour protéger les travailleurs exposés à des niveaux de bruit importants, en raison de sa facilité et de sa rapidité d'implantation et de son faible coût économique. Le port des protecteurs auditifs est néanmoins associé à plusieurs problématiques [17], [18] : (i) ils peuvent être un cofacteur de risque pour les accidents du travail; (ii) leur performance réelle est souvent très différente de celle évaluée en laboratoire, ce qui peut induire une sous-protection du travailleur; (iii) les techniques de mesure

standardisées du seuil auditif avec et sans protecteur (méthode *REAT* : *Real Ear Attenuation at Threshold*) et de la perte par insertion (*IL* : *Insertion Loss*) pour évaluer une performance individuelle des protecteurs sont difficiles à mettre en œuvre en milieu de travail; (iv) la technique de mesures avec des microphones insérés dans le conduit auditif (*F-MIRE* : *Field Microphone In Real Ear*), plus appropriée à une implantation *in situ*, ne permet pas encore d'obtenir une performance individuelle; (v) la durée de port recommandée pour limiter l'exposition au bruit n'est souvent pas respectée à cause de problèmes d'inconfort. Par ailleurs, les protecteurs sont souvent conçus de façon empirique ou à partir de modèles très simplifiés, laissant souvent le confort de côté.

Des travaux de recherche pour développer des outils et des méthodes de mesures pour mieux évaluer et améliorer les performances acoustiques des protecteurs en intégrant certains paramètres qui ont une influence sur le confort ont été entrepris, mais ils se limitent à des bruits stationnaires [19]–[25]. Lorsque les bruits impulsionnels sont pris en compte, d'autres difficultés apparaissent. D'abord, parce qu'il existe une grande variété de type d'excitations impulsionnelles dans les sphères industrielle et militaire, en plus d'une insuffisance de bases de données empiriques pouvant servir à définir et à justifier des limites d'exposition à ce type d'excitation [26], [27]. Une autre difficulté est liée à la mesure de l'atténuation du bruit impulsionnel que procure le port de protecteurs auditifs. En effet, c'est seulement en 2010 que la norme ANSI S12.42-2010 (de l'American National Standards Institute) a été adoptée pour évaluer la « perte par insertion de crête impulsive » (*IPIL* : *Impulsive Peak Insertion Loss*) d'un protecteur auditif lorsque celui-ci est placé sur un système artificiel de test acoustique composé d'une représentation anthropométrique complète de la tête humaine et d'accessoires acoustiques (servant à simuler la résonance de l'oreille humaine et à mesurer les niveaux de pression sur le tympan) [28], [29]. Cependant, une étude menée en 2012 sur les performances de dispositifs de protection auditive a soulevé des questions sur l'applicabilité de cette norme comme méthode générale de protection contre le bruit impulsionnel [30]. L'étude a en effet relevé que si la perte par insertion est mesurée en utilisant une onde de courte durée dont l'énergie spectrale est concentrée en hautes fréquences (champ sonore généré par un pistolet, par exemple), alors le résultat peut ne pas être représentatif pour des ondes à durée moins courte comme celles provenant d'explosions ou d'armes de l'artillerie. Autrement dit, l'application des résultats de la norme en dehors de la plage fréquentielle des pics de pression utilisée pourrait être erronée. En plus, le système artificiel préconisé par la norme ne tient pas compte de la conduction sonore osseuse qui peut être affectée par le port d'un protecteur auditif. L'étude a alors conclu que la norme actuelle est intéressante pour comparer plusieurs dispositifs de protection auditive, mais qu'elle ne peut servir à évaluer exactement l'atténuation effective de protecteurs auditifs sous bruit impulsionnel. Les différences de comportement acoustique des protecteurs observées sous bruit stationnaire et bruit impulsionnel, ainsi que les difficultés de mesure de l'atténuation de ces protecteurs sous bruit impulsionnel, sont donc des obstacles à l'évaluation et à l'amélioration de l'efficacité des protecteurs pour ce type d'excitation acoustique. Un recours à la modélisation dans le domaine temporel permettrait probablement de mieux comprendre comment se comportent physiquement les protecteurs sous ce type d'excitation, d'aider à l'amélioration des méthodes de mesure et finalement d'aboutir à une meilleure conception acoustique des protecteurs auditifs pour les travailleurs soumis à des bruits impulsionnels.

L'IRSST et certains de ses partenaires, dont le Groupe d'Acoustique et Vibrations de l'Université de Sherbrooke (GAUS), ont réalisé dans le passé plusieurs travaux de recherche scientifique pour contribuer à la réduction des niveaux de bruit et de vibrations sur les lieux de travail [31]–[40]. Ces travaux portent essentiellement sur l'utilisation de méthodes fréquentielles (spectrales), qui conviennent particulièrement à des phénomènes continus et stationnaires ou à des excitations périodiques. Les méthodes spectrales permettent d'analyser le contenu fréquentiel de l'excitation et de déterminer ensuite le contenu et la réponse fréquentielle des phénomènes étudiés. La résolution se fait fréquence par fréquence; elle est donc applicable seulement lorsque les constantes des équations gouvernantes ne dépendent pas du temps, ce qui exclut les problèmes non linéaires, par exemple. Les méthodes spectrales ne conviennent donc pas pour une résolution efficace des problèmes de bruit et de vibrations résultant de sources transitoires ou impulsives. Une description de ces phénomènes dans le domaine fréquentiel est coûteuse et parfois approximative, vu que le domaine fréquentiel à couvrir est à très large bande. Il peut donc être plus approprié d'analyser ces problèmes par des méthodes de résolution dans le domaine temporel, c'est-à-dire des méthodes qui permettent de les décrire directement dans le temps à partir de leurs équations gouvernantes, des conditions aux frontières et des conditions initiales. La résolution se fait alors dans le temps, pas à pas. Pour chaque pas de temps, la solution est calculée simultanément sur l'ensemble des points du domaine. Aucune hypothèse n'est nécessaire sur le contenu fréquentiel (basses par rapport à hautes fréquences) ni sur la position spatiale (champ proche par rapport à champ lointain) [41]. Cependant, le pas du temps doit être assez petit pour capturer les variations les plus rapides du signal (composantes hautes fréquences) et la durée totale doit être suffisamment longue pour capturer les plus lentes variations (composantes basses fréquences) ou pour éliminer les composantes associées aux bruits perturbateurs (par des moyennes temporelles). En conséquence, et contrairement aux méthodes spectrales, un effort important en temps de calcul et en stockage peut être nécessaire, en particulier lorsque les composantes lentes sont aussi significatives.

Mis à part les phénomènes rapides ou à courte durée de vie, les méthodes temporelles semblent aussi plus appropriées pour prendre en compte les comportements non linéaires, par exemple, la réponse d'un matériau sous l'effet d'une excitation de très fort niveau, ou la propagation d'une onde de choc. Les méthodes fréquentielles ne peuvent pas décrire exactement ces phénomènes puisque c'est le principe de linéarité inhérent à ces méthodes qui permet la conversion de la variable temps en la variable fréquence par la transformée de Fourier. Pour appliquer une méthode spectrale, il faut faire des approximations et utiliser des outils mathématiques complexes pour décrire les lois de comportement et la réponse, alors que l'application d'une méthode de résolution temporelle est *a priori* naturelle: aucune hypothèse n'est requise, à part l'exactitude du modèle mathématique utilisé et la disponibilité d'outils de résolution analytiques ou numériques. Les méthodes de résolution temporelles paraissent donc mieux adaptées pour résoudre les problèmes de nature impulsive ou transitoire et les phénomènes non linéaires. Elles pourraient servir, par exemple, à prédire l'atténuation de protecteurs auditifs soumis à des bruits impulsifs ou la réduction des bruits et vibrations générés par des outils percussifs (agrafeuses, riveteuses, perceuses, foreuses à béquille, cloueuses pneumatiques, etc.). Des exemples concrets de telles utilisations manquent toutefois dans la littérature, probablement à cause de difficultés

analytiques pour décrire les équations gouvernantes qui sont généralement complexes [42]. Ces méthodes sont cependant utilisées avantageusement dans d'autres secteurs scientifiques comme la dynamique rapide (crash), la géotechnique, l'électromagnétisme, l'aéroacoustique et la mécanique des fluides [43].

2. OBJECTIFS DE L'ÉTUDE

Une étude bibliographique [42] réalisée en 2013 avec l'aide financière de l'IRSST a permis d'estimer que les méthodes temporelles pourraient apporter une réponse au manque d'outils de modélisation efficaces pour prédire les niveaux acoustiques et vibratoires résultants de sources impulsives en milieu de travail en tenant potentiellement compte de phénomènes non linéaires. Cette étude a révélé que, bien que les méthodes de simulation temporelle soient exploitées positivement dans divers domaines scientifiques, leur applicabilité à des problématiques de bruit et de vibrations reste encore ouverte. Plusieurs modèles de résolution temporelle ont été proposés dans la littérature, mais très souvent pour des problématiques particulières ou des cas théoriques limités (problèmes à une ou deux dimensions). L'étude bibliographique a aussi documenté l'existence de logiciels commerciaux de simulation temporelle, mais elle n'avait pas pour objectif de les tester pour vérifier leur capacité et leur performance (exactitude, rapidité d'exécution, convivialité, ressources informatiques...) à traiter des problématiques de bruit et de vibrations de nature impulsionnelle.

Tout ce qui précède indique l'intérêt de disposer d'outils de modélisation temporelle complets et performants qui seraient dédiés à l'analyse de problématiques spécifiques de bruit et de vibrations en santé et en sécurité du travail (SST). Une avenue consisterait à s'investir directement dans le développement de tels outils. Mais avant d'emprunter cette voie, il a été jugé plus profitable d'évaluer certains logiciels commerciaux existants utilisant des méthodes de résolution temporelle sur des cas idéalisés d'applications concrètes de bruit et de vibrations de nature impulsionnelle en SST. Les résultats permettront alors d'évaluer l'efficacité réelle et pratique des outils testés pour traiter des problèmes de SST idéalisés, puis de juger de la nécessité ou non de procéder à de nouveaux développements.

L'objectif général de ce travail était d'évaluer quatre outils de modélisation commerciaux utilisant des techniques de résolution temporelle pour traiter, *in fine*, deux problématiques concrètes de bruit et de vibrations de nature impulsionnelle en SST. Les problématiques envisagées étaient les suivantes :

- La prédiction des vibrations et du rayonnement de structures soumises à des excitations de nature impulsionnelle (outils percussifs);
- La prédiction de l'atténuation acoustique de protecteurs auditifs soumis à des bruits impulsionnels.

Ces deux problématiques étant toutefois extrêmement complexes, surtout à cause de la méconnaissance des lois de comportement des matériaux, des excitations et des efforts, il a été convenu d'évaluer les logiciels à partir de deux cas simplifiés idéalisant les deux problématiques réelles susmentionnées. Aussi, pour favoriser une évaluation efficace et avantageuse des logiciels, il a été préférable d'utiliser des cas-tests possédant les caractéristiques suivantes [44] : nécessité de ressources informatiques raisonnables; prise en compte d'un nombre limité de phénomènes physiques; indépendance vis-à-vis des codes de formulation des logiciels; disponibilité de résultats de référence éprouvés.

L'évaluation des logiciels a été restreinte au cadre de l'étude. Cette évaluation a été effectuée par les chercheurs de l'équipe sur la base des avantages et des inconvénients des modules de

résolution dans le domaine temporel de chacun des logiciels par rapport à des critères retenus pour l'occasion et compte tenu des ressources disponibles pour leur utilisation pendant la durée de l'étude. La capacité ou l'incapacité des logiciels à traiter les deux configurations évoquées précédemment n'engage que la responsabilité des chercheurs de l'équipe et ne présuppose en rien de la capacité ou l'incapacité de ces logiciels à traiter d'autres problématiques dans d'autres domaines d'application.

Les objectifs spécifiques de l'étude étaient les suivants:

- Se familiariser avec les fondements et l'utilisation de quatre outils (logiciels) commerciaux de modélisation temporelle;
- Exploiter les outils de modélisation pour résoudre deux problématiques idéalisées de bruit et de vibrations de nature impulsionnelle en SST;
- Évaluer chacun des outils de modélisation à l'aide d'une grille conçue à partir de critères préétablis.

3. MÉTHODOLOGIE

3.1 Description des problématiques et mise en contexte SST

3.1.1 Outils percussifs

Plusieurs outils percussifs sont utilisés couramment en milieu de travail. Leur emploi occasionne principalement deux sources de bruit transitoire : l'impact de la gâchette de l'outil et l'impact sur la pièce de travail. Viennent ensuite le rayonnement de la pièce de travail et l'échappement de l'air. La présente étude s'intéresse à l'impact sur la structure et à son rayonnement. D'abord, parce que ces deux phénomènes vibroacoustiques ont généralement une plus grande contribution sur le bruit et le rayonnement causés par l'outil, comparativement aux autres, et ils sont plus difficiles à maîtriser. Par exemple, si on peut éventuellement apporter des améliorations à un outil donné pour réduire les vibrations qu'il génère, il est plus difficile d'agir sur la pièce de travail, qui peut être très variée d'un usage à un autre. Un autre point important est que des solutions de référence existent dans la littérature [45] pour la problématique de l'impact transitoire sur une structure et son rayonnement.

3.1.2 Protecteurs auditifs

Les protecteurs auditifs les plus couramment utilisés sont les serre-tête et les bouchons d'oreille. Pour évaluer les logiciels mentionnés précédemment, on se focalise sur les protecteurs auditifs de type serre-tête¹, car : (i) ils sont très régulièrement utilisés seuls ou avec des bouchons d'oreille (double protection) pour des bruits de forts niveaux; (ii) des configurations se rapprochant de celles de la transmission à travers un serre-tête et permettant d'obtenir des solutions de référence sont disponibles dans la littérature, contrairement aux bouchons. Les protecteurs auditifs de type serre-tête sont constitués de deux coquilles liées par un arceau de positionnement sur la tête, sous le menton, ou derrière la nuque, ou parfois liées à un casque de protection (casque de chantier, casque de bûcheronnage...). L'arceau liant les deux coquilles permet d'exercer une force de serrage réglable. Chacune des coquilles est constituée de l'assemblage d'une coque en plastique², d'une cavité acoustique intérieure contenant une mousse absorbante à cellule ouverte (généralement en polyuréthane et remplissant totalement ou partiellement la cavité) et d'un coussin de confort qui est lié à la coquille par une contreplaque (« backplate ») qui est soit clipsée à la coquille, soit montée en force. Le coussin garantit à la fois le confort de l'utilisateur et l'étanchéité acoustique entre la coque plastique et la tête. Il s'agit généralement d'une pièce de mousse, de forme annulaire, recouverte d'une gaine en polymère. Le coussin est également muni d'au moins un évent (généralement deux) communiquant avec l'extérieur, lui permettant de se dégonfler lorsqu'il est comprimé par la force de serrage. D'autres types de coussin contenant des liquides ou des gels existent. Cependant le coussin en mousse est aujourd'hui le type le plus répandu. Sur le plan de la modélisation, l'enveloppe en plastique est considérée comme un matériau solide isotrope, le matériau absorbant comme un matériau poroélastique ou un matériau

¹ On peut également envisager d'utiliser les logiciels testés, une fois évalués, pour les bouchons d'oreille.

² Un protecteur auditif de type coquille est souvent constitué d'une seule enveloppe plastique, mais il existe des protecteurs à double enveloppe [46], [47]. Ceux-ci procurent une atténuation supérieure comparée à un protecteur à simple enveloppe. Cependant, ils sont moins répandus, plus lourds et plus chers.

poreux à squelette rigide (fluide équivalent) [48]. Le coussin, quant à lui, est habituellement modélisé comme un milieu solide équivalent viscoélastique ou comme des conditions aux limites (ressort + amortisseur) viscoélastiques [49] dont les propriétés mécaniques équivalentes intègrent l'effet de compression du coussin.

3.2 Configurations étudiées

Afin de comparer les logiciels visés par cette étude, il est nécessaire de simplifier les problèmes réels et de définir des configurations pour lesquelles il existe des solutions de référence disponibles dans la littérature. Les deux sous-sections qui suivent détaillent les configurations qui ont été retenues pour représenter la problématique du rayonnement acoustique d'un outil portatif générant des impacts (sous-section 3.2.1) et celle de l'atténuation de protecteurs auditifs de type coquille pour des bruits transitoires (sous-section 3.2.2). Il est important de mentionner que dans cette étude, on ne s'intéresse qu'à des problèmes linéaires³, à la fois pour la structure et les fluides qui y sont couplés. Les logiciels testés ne permettent pas, de toute façon, de traiter dans le domaine temporel des problèmes non linéaires de propagation d'ondes acoustiques.

3.2.1 Cas d'une plaque excitée par une force d'impact transitoire

Pour traiter la problématique réelle de la modélisation des vibrations générées par l'utilisation d'outils percussifs et du rayonnement de structures soumises à des excitations impulsives, le cas idéalisé d'une plaque flexible excitée par une force d'impact transitoire (exemple d'une balle rigide qui tombe sur la plaque) est considéré. Ainsi, lorsqu'un travailleur se sert d'un outil vibrant (par exemple un marteau-piqueur ou une perceuse) sur une surface plane, les vibrations générées par l'outil sur la surface et le rayonnement acoustique conséquent dans le milieu environnant peuvent être grossièrement représentés par la vibroacoustique d'une plaque insérée dans un baffle rigide (surface plane), excitée par une force d'impact transitoire (outil percussif) et qui rayonne dans un milieu environnant. Le processus d'idéalisation est représenté à la Figure 1 [12].

La plaque peut être considérée avec ou sans traitement viscoélastique ou matériau absorbant. Cependant, le choix a été fait de se limiter à la configuration de la plaque non traitée pour les raisons suivantes : (i) non-disponibilité d'une solution analytique qui servirait de référence pour les vibrations et le rayonnement d'une plaque avec traitement viscoélastique ou poreux; (ii) absence, dans les logiciels testés, de modèle dans le domaine temporel pour décrire un matériau absorbant sur la base de la théorie de Biot ou en l'assimilant à un fluide équivalent dissipatif. Et tout compte fait, la configuration simplifiée de plaque non traitée est *a priori* plus représentative du cas réel que vivent la plupart des travailleurs, en ce sens qu'ils utilisent les outils portatifs sur des surfaces non traitées. De plus y est associée une solution analytique de référence.

³ La non-linéarité peut provenir d'une amplitude de l'onde trop élevée (p.ex. au-delà de 130 dB pour une propagation d'ondes acoustiques dans de l'air,...) ou de la réponse non linéaire du milieu de propagation (p.ex. : matériaux polymériques sous grande déformation, plaques microperforées sous excitation acoustique...).

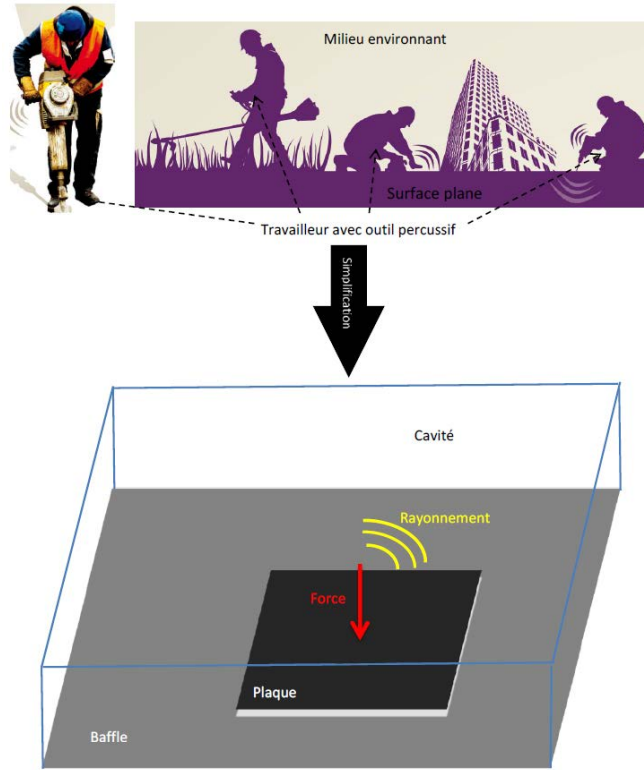


Figure 1 : Illustration de la simplification adoptée pour la modélisation des vibrations générées par l'utilisation d'outils percussifs et du rayonnement de structures soumises à des excitations impulsionnelles.

La configuration étudiée est spécifiquement décrite à la Figure 2. Elle consiste en une plaque rectangulaire de dimensions latérales a et b , d'épaisseur h , avec des conditions limites d'appui simple sur les quatre bords et insérée dans un baffle⁴ acoustique rigide. La plaque et le baffle baignent dans un fluide externe de masse volumique ρ_e et de célérité du son c_e . Pour la problématique étudiée, le fluide externe correspond à de l'air. L'excitation est une force d'impact équivalente à celle d'une balle sphérique rigide (de l'acier par exemple) de rayon r qui frappe le centre de la plaque à une vitesse v_0 .

À partir de la théorie du contact de Hertz, il a été montré qu'une bonne approximation de la force d'impact pour une plaque flexible (plaque mince) est de la forme suivante [45], [50]–[52] :

$$F(t) = F \left[\frac{1,1}{1 + \Lambda + 2\Lambda^2} \sin(0,97T)^{1,5} \exp(-0,0256T^4) + \left(\frac{1+2/\Lambda}{1+\Lambda} \right) \left(\frac{T}{T+1/\Lambda} \right)^{1,5} \exp(-T/\Lambda) \right] \quad (1)$$

⁴ Un baffle est une surface rigide acoustiquement (l'onde acoustique ne peut pas pénétrer la surface). Ici, le baffle est un plan infini. En pratique, cela correspond à un sol ou à un mur rigide.

Cette relation est valide seulement sur un intervalle de temps compris entre 0 et τ , avec τ qui représente la durée du contact hertzien, c'est-à-dire la durée de l'impact entre la balle et la plaque ($F(t)$ est nulle si $t > \tau$). L'amplitude F dépend de v_0 , ainsi que des propriétés mécaniques et physiques de la balle et de la plaque; T représente le terme adimensionnel $\pi t/\tau$. L'énergie de l'impact et la flexibilité de la plaque sont pris en compte dans le paramètre Λ défini par :

$$\Lambda = 1,15 \left(\frac{r}{h} \right)^2 \left(\frac{v_0}{c_L} \right)^{0,2} \left(\frac{\rho_b}{\rho_p} \right)^{0,6} \left(1 + \frac{E_p(1-\nu_b^2)}{E_b(1-\nu_p^2)} \right)^{-0,4} \quad (2)$$

où c_L est la vitesse des ondes longitudinales dans la plaque, alors que ρ_i , E_i et ν_i désignent respectivement la densité, le module de Young et le coefficient de Poisson de la balle ($i = b$) ou de la plaque ($i = p$).

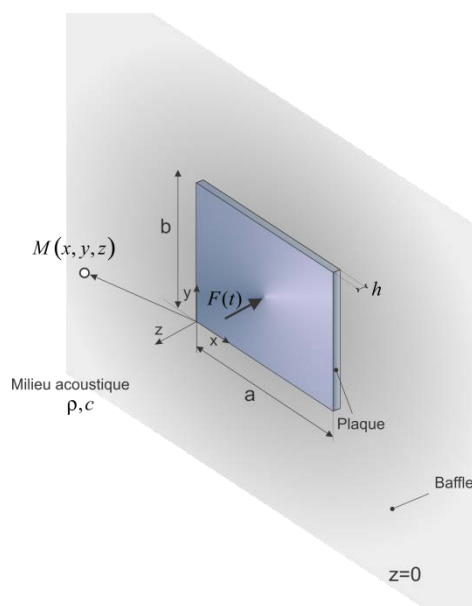


Figure 2 : Plaque insérée dans un baffle acoustique rigide rayonnant dans l'air et excitée en son centre par une force d'impact.

La modélisation par l'équation (3) de la force d'impact utilisée dans l'étude est illustrée par les deux figures suivantes. La Figure 3 montre l'histoire temporelle de la force d'impact; elle correspond à une balle en acier de rayon 3,2 mm et de vitesse 0,23 m/s [45], avec une amplitude unitaire, pour une durée de contact τ de 0,15 ms. Le module du spectre unilatéral associé à la force d'impact est graphiquement représenté à la Figure 4. Ce contenu fréquentiel est très riche, ce qui peut donc nécessiter une durée de calcul très longue pour certaines méthodes de résolution analytique (par exemple, celle qui sera décrite dans la sous-section 3.3.1.4).

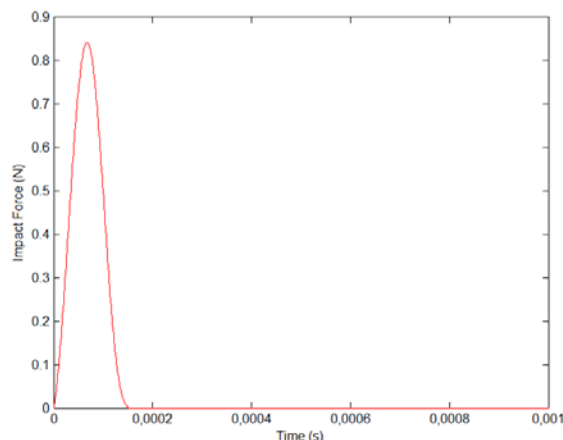


Figure 3 : Force d'impact transitoire.

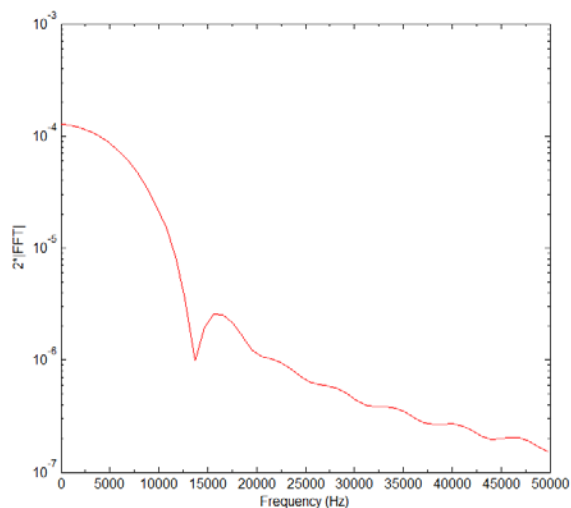


Figure 4 : Spectre associé (module de la transformée de Fourier) de la force d'impact transitoire.

3.2.2 Cas d'une demi-sphère sur un baffle rigide excitée par une onde plane impulsionnelle

Différents niveaux de simplification peuvent être considérés *a priori* pour représenter le problème de l'atténuation de protecteurs auditifs de type coquille soumis à des ondes acoustiques transitoires (Figure 5). Dans cette étude, on néglige la présence de la tête, du torse, du conduit auditif et on remplace la forme complexe de la coquille par une demi-sphère élastique équivalente (troisième niveau de simplification). Cette demi-sphère est posée sur un baffle rigide. Cette simplification géométrique pour la partie coque du protecteur a déjà été utilisée dans la littérature [53].

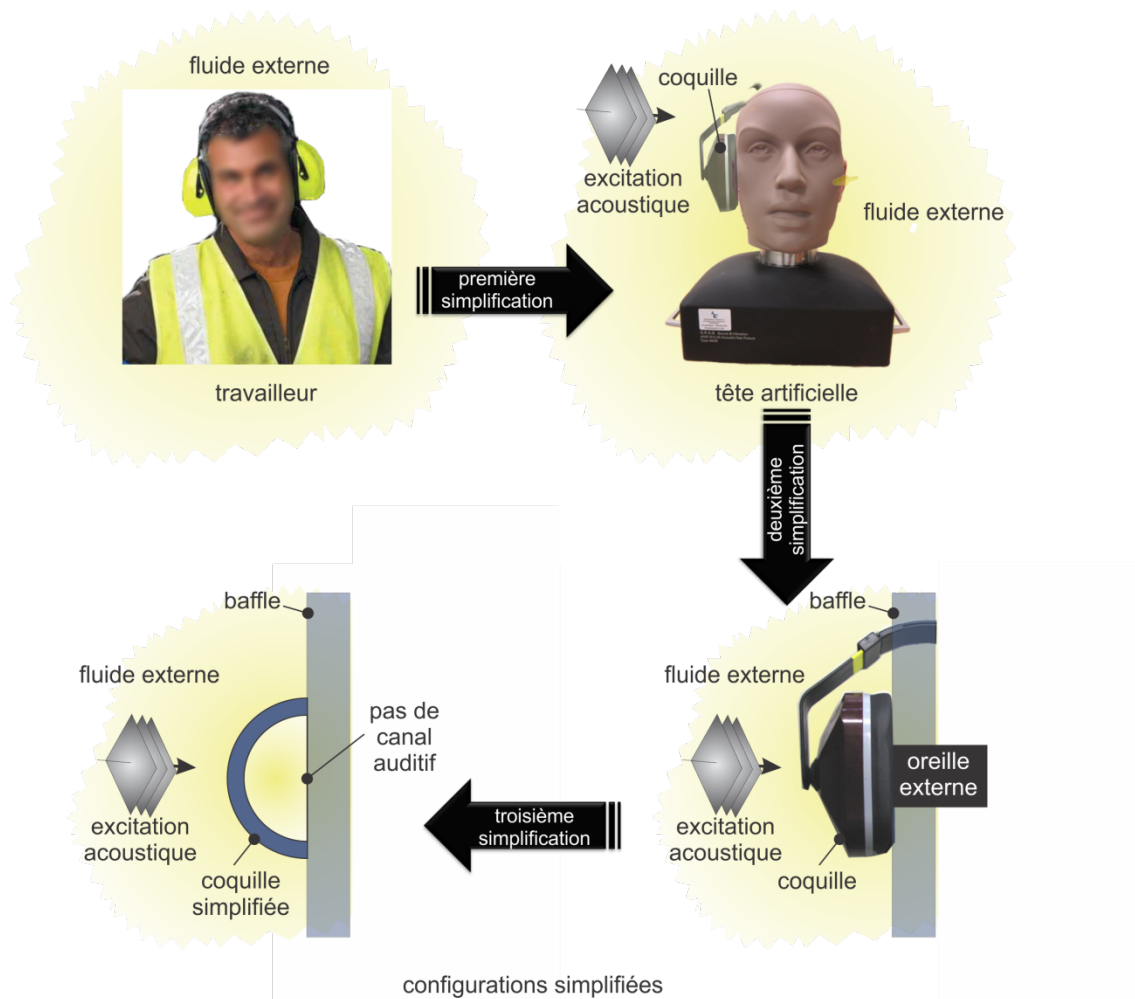


Figure 5 : Niveaux de simplification adoptés dans la modélisation du système tête/torse/protecteur auditif : en partant du travailleur jusqu'à la configuration simplifiée avec baffle, en passant par la tête artificielle.

On note qu'ici, la demi-sphère ne contient pas de matériau absorbant et le coussin de confort a été supprimé. Ce niveau de simplification a été choisi pour les raisons suivantes :

- 1) À notre connaissance, il n'y a pas de solutions disponibles dans la littérature pour calculer la réponse temporelle d'une demi-sphère élastique sur support viscoélastique avec ou sans matériau absorbant excitée par une onde acoustique.
- 2) Obtenir une solution analytique de référence intégrant des conditions aux limites viscoélastiques pour la demi-sphère élastique nécessiterait des développements compliqués qui, en soit, ne sont pas l'objectif de cette étude.
- 3) Il n'y a pas actuellement de modèles de comportement de coussin dans le domaine fréquentiel qui permettent de coller aux résultats expérimentaux de l'atténuation de la coquille complète sur toute la bande de fréquences d'étude [54].
- 4) Aucun des logiciels évalués ne permet de prendre en compte un matériau absorbant décrit par la théorie de Biot (squelette du matériau élastique) ou par un modèle de fluide équivalent

dissipatif ⁵ (squelette du matériau rigide) dans le domaine temporel. C'est d'ailleurs une question de recherche non résolue.

Dans cette phase d'évaluation de logiciels, la configuration simplifiée choisie, même si elle apparaît grossière, fournit les tendances du comportement acoustique en transmission de la partie coque du protecteur ⁶ et surtout, elle permet d'avoir accès à une solution de référence, de réduire le nombre de degrés de liberté du système et, de ce fait, réduire le temps de calcul pour les approches numériques implantées dans les logiciels testés.

La configuration étudiée est décrite plus spécifiquement à la Figure 6. Elle consiste en une structure élastique (demi-coque sphérique de rayon a , d'épaisseur h) reposant ⁷ sur un baffle acoustique rigide et excitée par une onde acoustique plane de nature impulsionnelle. La structure baigne dans un fluide externe de propriétés ρ_e, c_e et contient un fluide de propriétés ρ_i, c_i . Les variables ρ_e et ρ_i désignent les masses volumiques des fluides, c_e et c_i les célérités du son. Pour la problématique considérée, les deux fluides sont identiques et correspondent à de l'air.

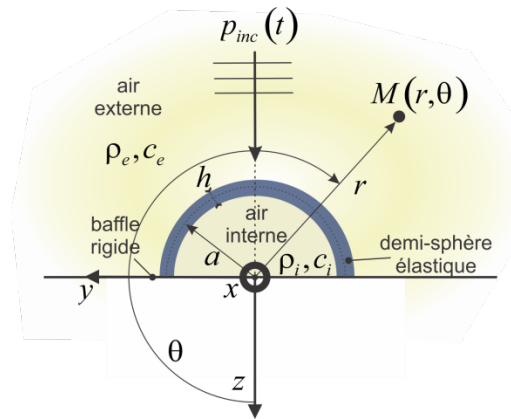


Figure 6 : Demi-sphère élastique reposant sur un baffle acoustique rigide excitée acoustiquement.

⁵ Le logiciel COMSOL offre la possibilité de considérer un fluide avec pertes viscothermiques (modèle de Kirchhoff) dans le domaine temporel, mais pas un fluide équivalent associé à un matériau poreux. Quant au logiciel Abaqus, il propose des modèles de fluide équivalent, mais ceux-ci ne sont toutefois pas disponibles dans le module Abaqus/Explicit utilisé dans ce projet. Seul le modèle newtonien est offert dans ce module pour prendre en compte la viscosité d'un fluide.

⁶ On ne considère pas ici les phénomènes de pompage et de couplage entre le coussin et la coquille, présents dans les vrais protecteurs, puisque le coussin n'est pas pris en compte. On ne tient pas compte non plus de la transmission acoustique à travers le coussin.

⁷ Le déplacement vertical de la coque est nul, de même que les rotations autour des axes x et y .

Pour les besoins de l'étude, plusieurs formes d'onde de l'onde plane incidente ont été considérées : des fonctions de Heaviside⁸ et des pulses⁹ gaussiens. La fonction de Heaviside est en effet un signal très utilisé dans la littérature associée [55]–[61]. Le pulse gaussien est aussi un signal classiquement employé dans la littérature [62]–[64]. Il se rapproche d'une explosion (Dirac) lorsque sa largeur tend vers 0. L'autre intérêt de considérer le pulse gaussien est que pour un problème linéaire, on peut déduire la réponse à une fonction de Heaviside par intégration directe des résultats obtenus pour le pulse.

Un pulse gaussien centré sur t_0 de largeur $2,355 \sigma$ à mi-hauteur est défini par :

$$g_{\sigma}(t-t_0) = \frac{e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (4)$$

La fonction de Heaviside est définie par :

$$H(t-t_0) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_0 \\ 0,5 & \text{si } t = t_0 \\ 1 & \text{si } t > t_0 \end{cases} \quad (5)$$

Dans ce travail, pour éviter les problèmes de convergence dans les calculs, on considère plus spécifiquement une fonction de Heaviside régularisée qui est obtenue par intégration du pulse gaussien. L'expression de la fonction de Heaviside régularisée est donnée par :

$$H_{\sigma}(t-t_0) = \int_{t_0}^t \frac{e^{-\frac{(u-t_0)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma} du \quad (6)$$

On remarque que lorsque $\sigma \rightarrow 0$, $H_{\sigma}(t-t_0) \rightarrow H(t-t_0)$ et on retrouve la fonction de Heaviside.

En se basant sur cette propriété, si on calcule la réponse $x(t)$ à une excitation par $g_{\sigma}(t-t_0)$, alors on peut obtenir la réponse à l'excitation par $H_{\sigma}(t-t_0)$ en effectuant l'intégration de 0 à t de $x(t)$.

Dans cette étude, plusieurs types de fonction de Heaviside associées à des pulses gaussiens de largeurs variées ont été considérés afin d'éprouver les logiciels testés, mais on ne montre les résultats que pour deux de ces excitations qui sont représentatives des résultats obtenus et compatibles avec les moyens de calcul à disposition (voir Figure 7 pour les signaux temporels et Figure 8 pour les modules des spectres unilatéraux associés). En effet, la mémoire requise pour

⁸ Aussi appelée fonction « unit step » en anglais ou « échelon ».

⁹ Un pulse est caractérisé par une variation rapide de l'amplitude du signal d'une valeur de base à une valeur haute, suivie par un retour rapide à la valeur de base.

les calculs dépend de la taille du maillage d'éléments finis qui est associée au pas de temps choisi pour calculer la solution. Lorsque la largeur du pulse décroît, il est nécessaire de diminuer le pas de temps qui permet d'échantillonner le signal et donc la taille des éléments finis associée (voir sous-section 3.4.1 pour la relation entre la taille des éléments et le pas de temps). Par conséquent, la taille du système matriciel à résoudre augmente jusqu'à excéder la capacité de la mémoire des ordinateurs utilisés. La durée du pulse gaussien considéré est d'environ 0,18 ms¹⁰.

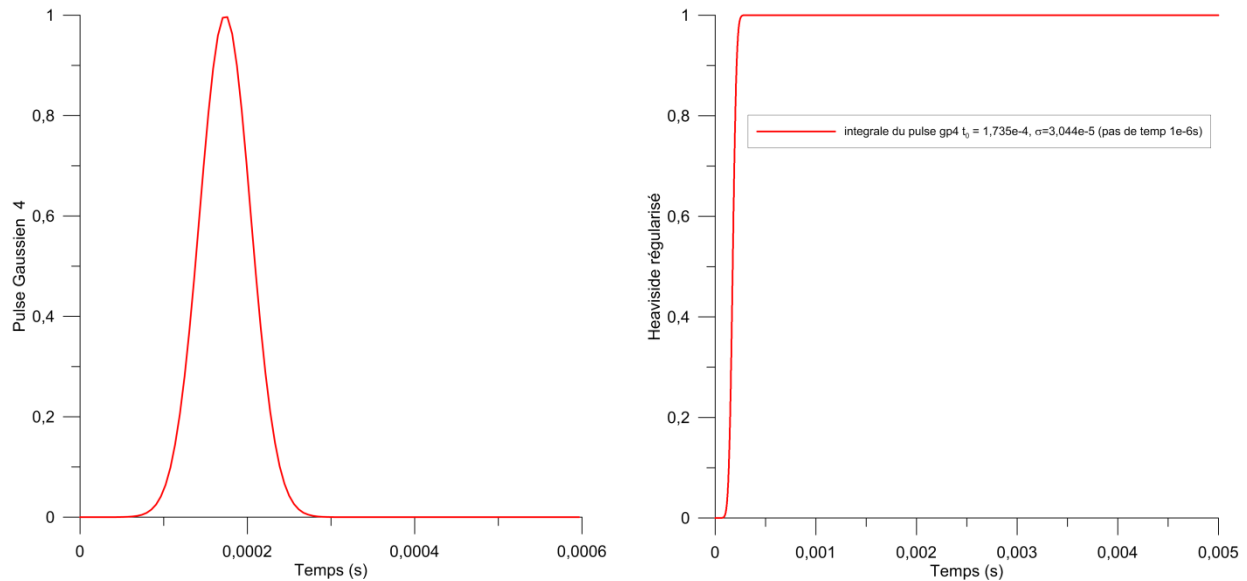


Figure 7 : Pulse gaussien $\sigma = 3,044e^{-5}$ et $t_0 = 1,735e^{-4}$ (gauche) et fonction de Heaviside régularisée obtenue par intégration du pulse gaussien (droite).

¹⁰ C'est une durée plus petite (donc plus sévère au niveau des calculs) que celle permise par l'Agence de protection environnementale américaine (EPA) (suppression d'une durée de 0,5 à 2 ms) pour mesurer la performance des protecteurs auditifs soumis à des bruits impulsifs de haut niveau (130-170 dB) [65].

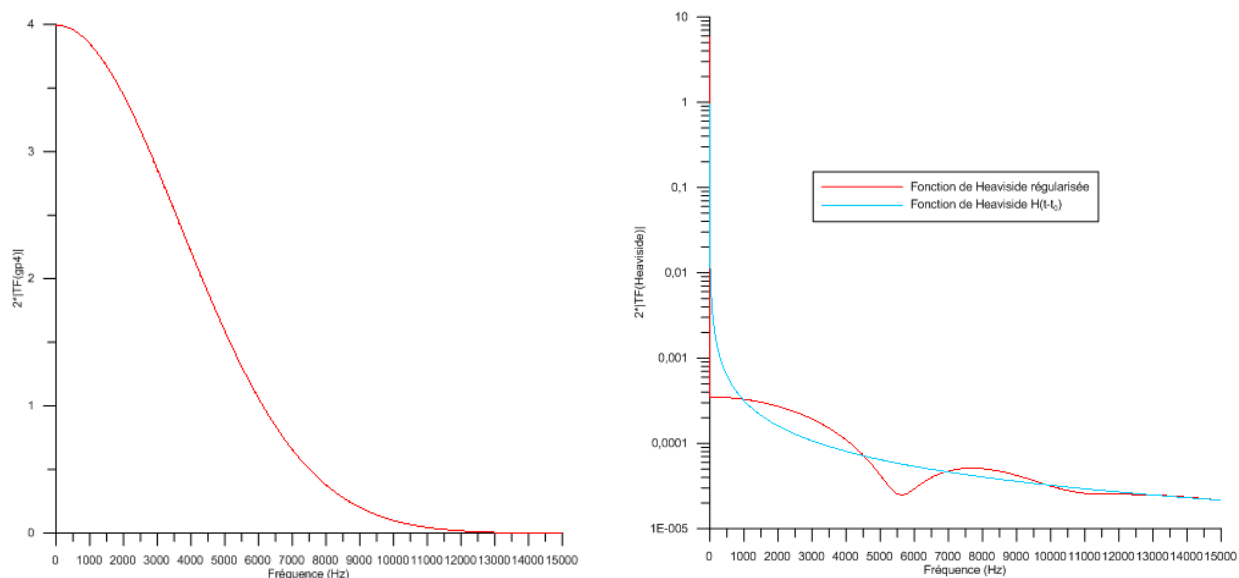


Figure 8 : Spectres associés (modules de la transformée de Fourier) du pulse gaussien (gauche) et des fonctions de Heaviside et de Heaviside régularisée (droite).

Notons que pour le spectre du pulse gaussien précédent, pratiquement toute l'énergie se situe dans la zone de fréquences inférieures à $2f_0 = 2\sqrt{2}\pi\sigma = 14788$ Hz et l'énergie se concentre essentiellement dans la zone $f < f_0 = 7394$ Hz. Pour les fonctions de Heaviside, un pic d'énergie est localisé autour de la fréquence nulle, du fait que le signal a une durée infinie, mais comporte également de l'énergie sur l'ensemble du spectre résultant de la discontinuité présente au début du signal.

3.3 Formulation analytique des cas de références

3.3.1 Cas de la plaque excitée par une force d'impact transitoire

Trois approches ont été utilisées pour obtenir la réponse temporelle de référence de la configuration de la plaque excitée par une force d'impact transitoire. Les deux premières approches consistent à effectuer le calcul directement dans le domaine temporel de façon semi-analytique grâce à une méthode simplifiée (approche 1) ou grâce au schéma d'intégration de Newmark (approche 2). La démarche de la troisième approche est identique à ce qui est fait dans la première approche du cas de la demi-sphère (sous-section 3.3.2.2); dans ce cas, la réponse impulsionnelle du système est d'abord obtenue en faisant la transformée de Fourier inverse de la réponse en fréquence du système sous excitation constante unitaire, puis la réponse temporelle du système est ensuite évaluée par la convolution de la réponse impulsionnelle avec le signal excitateur temporel. Les diverses approches ont été explorées pour s'assurer d'avoir des résultats de référence exacts, qui serviront à apprécier la performance des logiciels testés.

3.3.1.1 Hypothèses

Les hypothèses suivantes sont retenues pour établir la solution analytique de référence :

- la structure excitée est une plaque mince homogène et vérifiant les équations de l'élasticité linéaire;
- la plaque peut être éventuellement amortie et un modèle d'amortissement visqueux est choisi. La plaque possède un facteur de perte structural noté η_s qui est relié au taux d'amortissement visqueux β_v par la relation $\eta_s = 2\beta_v$;
- les conditions aux limites de la plaque sont de type appui simple sur les quatre bords;
- la plaque est insérée dans un baffle acoustique rigide infini;
- le fluide extérieur est parfait, adiabatique et linéaire;
- les déplacements transversaux de la plaque sont faibles par rapport à ses dimensions latérales.

3.3.1.2 Référence 1 : approche semi-analytique simplifiée dans le domaine temporel

Dans cette approche semi-analytique [45], [50], [66], [67] dont les détails sont donnés à l'annexe A, le champ du déplacement transversal et celui de l'accélération transversale de la plaque simplement appuyée sont directement décrits dans le domaine temporel à partir d'une sommation de modes propres. En considérant ensuite la plaque comme une source plane dans un plan rigide infini, l'intégrale de surface de Rayleigh [68], [69] est alors appliquée au champ d'accélération transversal pour obtenir la pression acoustique rayonnée $p(M, t)$ en tout point M dans le fluide externe environnant. L'approche utilise une discrétisation de la surface de la plaque, avec une hypothèse de plaque circulaire¹¹, pour calculer approximativement l'intégrale de Rayleigh. La précision du résultat final est influencée par cette hypothèse et elle dépend aussi de la finesse de la discrétisation.

Il est important de souligner que le couplage fluide – structure¹² n'est pas pris en compte dans cette approche, contrairement à ce qui est fait dans les logiciels utilisés, qui eux résolvent le problème couplé. L'approche sous-entend aussi une hypothèse de plaque circulaire équivalente dans l'application de l'intégrale de Rayleigh, et donc la surface réelle de la plaque rectangulaire n'est pas entièrement prise en compte. Ces deux points peuvent induire des différences entre les résultats de l'approche et ceux des logiciels.

3.3.1.3 Référence 2 : approche semi-analytique dans le domaine temporel basée sur le schéma d'intégration de Newmark

La seconde approche (voir annexe B) consiste d'abord à résoudre numériquement le système d'équations d'équilibre dynamique [70] préalablement projeté sur une base modale de la plaque.

¹¹ L'hypothèse de plaque circulaire est utilisée ici dans le souci de reproduire exactement la démarche adoptée dans les références [45], [67].

¹² Il s'agit de la prise en compte de l'interaction entre le fluide et la structure dans le rayonnement de la plaque.

Cette résolution est effectuée directement dans le domaine temporel. Un script numérique spécialement adapté à cette résolution a été élaboré dans l'environnement MATLAB; il exploite des schémas d'intégration de Newmark (schéma de variation linéaire de l'accélération ou schéma de l'accélération moyenne constante) [42], [71]. Le champ de déplacement transversal modal et celui de l'accélération transversale modale obtenus permettent alors d'évaluer les correspondants nodaux à partir d'un maillage de la surface de la plaque. La pression acoustique rayonnée est finalement estimée en procédant de la même manière que dans l'approche précédemment décrite, mais cette fois-ci, la forme rectangulaire de la plaque est prise en compte. Comme dans le cas précédent, cette approche ne prend pas en compte le couplage fluide – structure.

3.3.1.4 Référence 3 : approche semi-analytique par transformée de Fourier inverse et convolution

Dans cette approche, le champ de déplacements de la plaque excitée par une force unitaire est d'abord calculé dans le domaine fréquentiel. La réponse vibratoire $\hat{h}(P, \omega)$ en tout point P de la plaque est obtenue analytiquement à partir des modes propres de la plaque simplement appuyée. Comme dans l'approche dans le domaine fréquentiel pour le cas de la demi-sphère (sous-section 3.3.2.2), cette réponse est ensuite multipliée par une fenêtre fréquentielle de type Blackman pour obtenir une réponse fréquentielle fenêtrée $\hat{h}_f(P, \omega)$. La transformée de Fourier inverse de la réponse fenêtrée donne alors la réponse vibratoire impulsionnelle $h(P, t)$ du système. Et finalement, le produit de convolution de $h(P, t)$ avec la force d'impact $F(t)$ donne la réponse vibratoire temporelle $w(P, t)$.

Pour obtenir la pression acoustique rayonnée $p(M, t)$ en un point M dans le fluide externe environnant, la même démarche est répétée à partir de la pression au point M qui est d'abord calculée dans le domaine fréquentiel.¹³ Le temps de calcul de l'approche est toutefois extrêmement long (plusieurs heures), comparativement à celui que demandent les deux autres approches (quelques minutes).

Cette troisième approche néglige aussi le couplage fluide – structure. Ses bases théoriques sont exposées à l'annexe B. Pour obtenir de bons résultats, l'approche exige de choisir une fréquence maximum très élevée et un pas fréquentiel de calcul suffisamment petit en raison du contenu fréquentiel très riche du signal d'excitation et afin de bien capter le comportement modal de la plaque dans le domaine fréquentiel. En plus, elle nécessite d'avoir obligatoirement un amortissement non nul, pour pouvoir converger. Cela se traduit par un temps de calcul très élevé, comparativement au temps de calcul des deux premières approches (des détails sont donnés dans la sous-section 4.1.1.1).

¹³ Alternativement, la pression acoustique peut être obtenue à partir du champ de l'accélération transversale de la plaque par le champ de déplacement transversal déjà calculé, puis en appliquant l'intégrale de surface de Rayleigh au champ de l'accélération transversale. Cette méthode alternative n'est toutefois pas applicable dans des cas pratiques complexes où l'intégrale de surface de Rayleigh devient inutilisable.

3.3.1.5 Description de la configuration étudiée

La plaque considérée est de dimension latérale 0,6 m x 0,9 m et a 4,8 mm d'épaisseur [45]. Elle est en aluminium; les paramètres physiques sont indiqués au Tableau 1. L'amortissement structural de la plaque est supposé nul, mais une très faible valeur de ce paramètre est utilisée dans l'approche 3 de la solution de référence, comme cela est mentionné dans la sous-section précédente. La plaque est couplée à de l'air.

Tableau 1 – Paramètres physiques utilisés pour la configuration de la plaque

Masse volumique	Module d'Young	Coefficient de Poisson	Facteur de perte structural	Célérité du son fluide externe	Masse volumique fluide externe	Module d'élasticité volumique fluide externe
ρ_s [kgm ⁻³]	E [Pa]	ν [1]	η_s [1]	c_e [ms ⁻¹]	ρ_e [kgm ⁻³]	K_f [kPa]
2 700	7e10	0,3	0,002 [référence 3] 2e-5 [référence 2] 0 [logiciels et référence 1]	343	1,2	141,18

3.3.2 Cas de la demi-sphère sur un baffle rigide excitée par une onde plane impulsionnelle

Deux approches ont été utilisées pour obtenir la réponse temporelle de référence. Le calcul peut être fait dans le domaine fréquentiel afin d'obtenir la réponse en fréquence du système. Une transformée de Fourier inverse adaptée permet ensuite de récupérer la réponse impulsionnelle, et la convolution de cette réponse avec le signal exciteur donne la réponse temporelle du système. Alternativement, le calcul peut être effectué dans le domaine de Laplace suivi d'une transformée de Laplace inverse pour retrouver la réponse temporelle [61].

Le calcul dans le domaine fréquentiel peut *a priori* être effectué analytiquement par une approche décrite brièvement ci-après et en détail à l'annexe C, ou bien numériquement par une méthode d'éléments finis, par exemple. Cependant, le calcul dans le domaine fréquentiel nécessite de considérer une fréquence maximum de calcul très élevée afin d'avoir un pas de temps suffisamment fin et également un pas fréquentiel de calcul suffisamment petit pour bien capturer le comportement modal de la structure, en particulier lorsque l'amortissement de cette dernière est faible¹⁴. Cette contrainte requiert un nombre élevé de points de calcul qui rend prohibitif le temps de calcul, en particulier lorsqu'on résout le système en coordonnées physiques. Une technique de projection modale permet de réduire de façon très importante ce

¹⁴ Lorsque la sphère est rigide, le nombre de points de calcul dans le domaine fréquentiel peut être considérablement réduit puisqu'il n'y a pas de résonances structurales dans la réponse.

temps de calcul, mais il demeure néanmoins relativement élevé comparé à l'approche analytique. Il a donc été décidé de faire ces calculs de façon analytique. Les résultats des approches analytique et numérique par éléments finis ont quand même été comparés dans le domaine fréquentiel (avec un pas de plusieurs Hz) avec succès afin de vérifier l'implantation numérique analytique.

3.3.2.1 Hypothèses

Pour établir les solutions analytiques de référence, les hypothèses suivantes sont formulées :

- la structure est une coque mince¹⁵ isotrope et vérifie les équations de l'élasticité linéaire. On note ρ_s, E_s, ν_s , soit sa masse volumique, son module d'Young et son coefficient de Poisson;
- la structure peut être amortie et on note η_s , son facteur de perte structural;
- les conditions aux limites de la structure sont de type glissant (déplacement selon z nul);
- la structure vibre sous forme axisymétrique (sans torsion) et repose sur un baffle acoustique rigide infini;
- les fluides sont parfaits, adiabatiques et linéaires.

La réponse de la demi-sphère reposant sur un baffle situé dans le plan $z = 0$ est obtenue en utilisant le principe de superposition de la réponse de deux sphères complètes soumises à des excitations symétriques par rapport au baffle. Pour une sphère, la pression acoustique totale extérieure (ou intérieure) est une fonction de l'angle α entre la direction de propagation de l'onde incidente et le rayon vecteur du point de réception. La pression acoustique totale en un point (r, θ) pour le cas de la demi-sphère où θ est l'angle entre l'axe z et le rayon vecteur du point de réception, est donnée par :

$$\begin{aligned}\hat{p}_{r,1/2sph}(r, \theta, t) &= \hat{p}_{r,sph}(r, \alpha_1, t) + \hat{p}_{r,sph}(r, \alpha_2, t) \\ &= \hat{p}_{r,sph}(r, \theta, t) + \hat{p}_{r,sph}(r, \theta - \pi, t)\end{aligned}\quad (7)$$

où α_1 et α_2 sont les angles entre la direction de propagation de l'onde incidente et le rayon vecteur du point de réception pour les deux cas d'excitation symétrique par rapport au baffle (Figure 9). Cette astuce permet d'utiliser les solutions de la littérature disponibles pour une sphère complète ([72], [73] pour l'approche dans le domaine fréquentiel et [61] pour l'approche dans le domaine de Laplace).

¹⁵ Ce modèle considère que la coque ne se déforme pas dans la direction suivant son épaisseur. Des modèles plus complexes peuvent être envisagés, mais ce n'est pas l'objectif de l'étude.

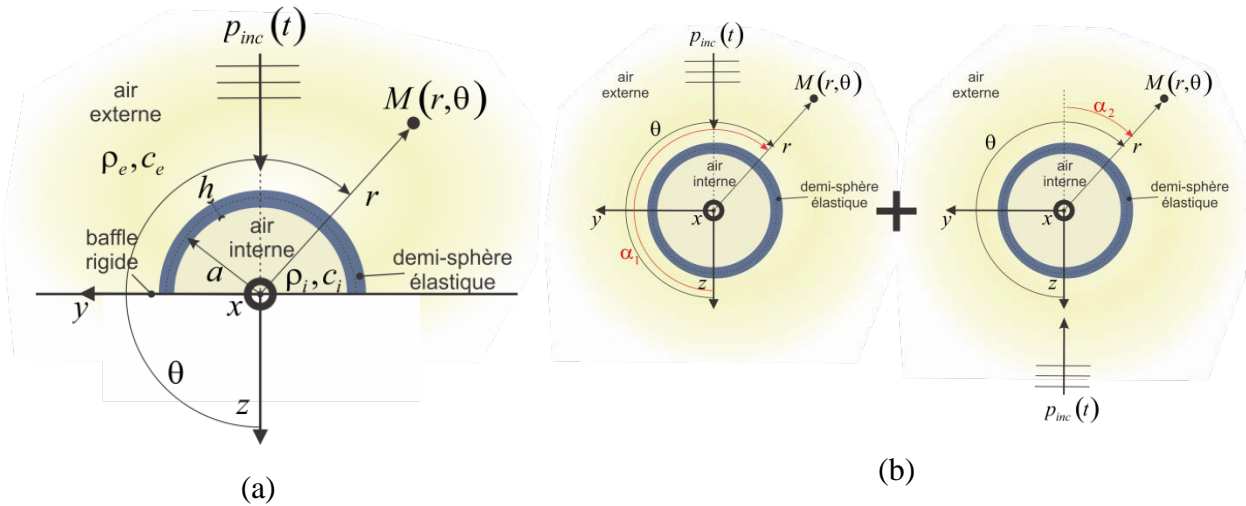


Figure 9 : Équivalence entre une demi-sphère élastique reposant sur un baffle acoustique rigide excitée acoustiquement (a) et la superposition de deux sphères élastiques soumises à des excitations symétriques (b).

Par la suite, le cas de la demi-sphère sur un baffle rigide excitée par une onde plane impulsionnelle sera donc traité à partir du principe de superposition de deux sphères. On se cantonnera donc à décrire la modélisation du problème d'une sphère entière excitée par une onde plane impulsionnelle.

3.3.2.2 Référence 1 : approche dans le domaine fréquentiel

L'idée ici est de calculer la réponse acoustique fréquentielle d'une sphère élastique complète excitée par une onde acoustique plane. La méthode de calcul est adaptée de celle proposée par Junger et Feit [72] et consiste à décomposer les champs de pression acoustique externe et interne en termes de polynômes de Legendre pour la partie angulaire θ et en termes de fonctions de Bessel et Hankel sphériques pour la partie dépendante de la distance r . Pour le champ de déplacement de la sphère, on utilise une décomposition en série de polynômes de Legendre en fonction de l'angle θ . Les notations utilisées sont décrites à la Figure 33 (annexe C). Les détails des calculs sont explicités à l'annexe C.

Après avoir obtenu la réponse fréquentielle au point M , notée $\hat{h}(M, \omega)^{16}$, on multiplie cette dernière par une fenêtre fréquentielle de type Blackman. On obtient alors une réponse fréquentielle fenêtrée $\hat{h}_f(M, \omega)$. Cette opération permet de réduire le phénomène de Gibbs qui se produit lors de l'opération de transformée de Fourier inverse pour retourner dans le domaine temporel [74]. La transformée de Fourier inverse est donc effectuée sur $\hat{h}_f(M, \omega)$ et non sur $\hat{h}(M, \omega)$ afin d'obtenir la réponse impulsionnelle du système notée $h_f(M, t)$. Pour obtenir la

¹⁶ $\hat{h}(M, \omega)$ peut désigner ici le spectre de la pression acoustique externe ou interne ou bien alors celui du déplacement normal ou tangentiel de la sphère.

réponse temporelle $S(M,t)$ due au signal excitateur $e(t)$ choisi, il suffit d'effectuer le produit de convolution de la réponse impulsionnelle $h_f(M,t)$ avec ce signal. La Figure 10 illustre le processus. Pour être plus efficace dans ces opérations, on utilise un algorithme de FFT inverse agissant sur un nombre de points de calcul fréquentiel qui est une puissance de 2.

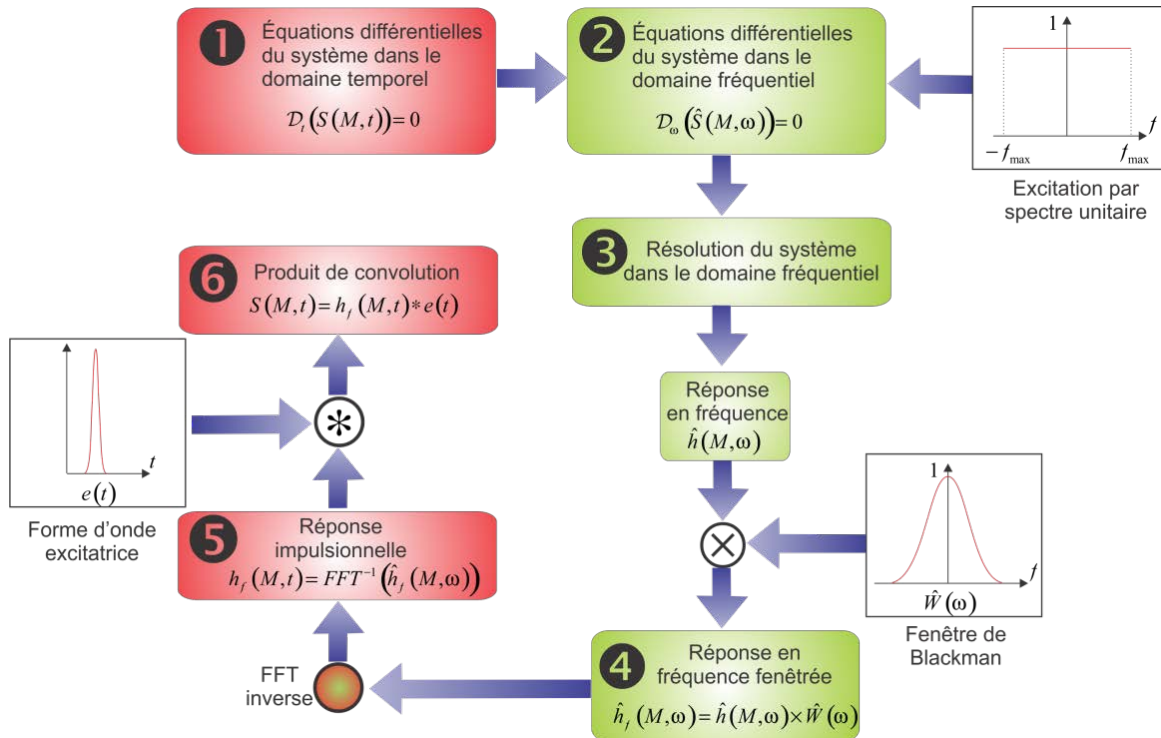


Figure 10 : Étapes de la méthode pour obtenir la réponse temporelle à partir de la réponse fréquentielle.

La solution de référence peut intégrer un amortissement dans la structure et dans le fluide. Puisque le calcul est fait dans le domaine fréquentiel, un modèle d'amortissement usuel de type structural caractérisé par un facteur de perte a été implanté. Les logiciels testés résolvent le problème dans le domaine temporel et n'offrent pas de modèle d'amortissement structural. D'autres types d'amortissement sont disponibles comme l'amortissement visqueux ou de Rayleigh. Pour s'affranchir de cette différence d'amortissement entre solution de référence et solution calculée par les logiciels testés, aucun amortissement physique n'a été considéré dans ces derniers. Néanmoins, un très faible amortissement structural a tout de même été choisi pour la structure et la cavité interne pour calculer le spectre de référence, et cela pour permettre à la réponse temporelle obtenue par la procédure décrite précédemment de converger. Plus l'amortissement est faible et plus le nombre de points de calcul fréquentiel est important : un pas fréquentiel très fin doit être choisi pour capter les variations rapides des modes de structure. Rappelons que ce cas didactique très peu amorti est le plus défavorable. Cela est sans conséquence pour la solution de référence obtenue de façon analytique, car les calculs sont très rapides. Par contre, pour appliquer la procédure décrite ci-dessus afin d'obtenir la réponse

temporelle d'une configuration plus complexe que la sphère, peu amortie, qui ne pourrait être résolue analytiquement, il serait nécessaire d'avoir recours à une approche de type éléments finis et, dans ce cas, les coûts de calcul seraient prohibitifs¹⁷ pour obtenir la solution de référence dans le domaine fréquentiel. En pratique toutefois, un amortissement non négligeable sera toujours obtenu, ce qui permet de réduire considérablement le nombre de points du calcul fréquentiel et donc d'envisager d'utiliser cette approche pour des cas plus complexes.

3.3.2.3 Référence 2 : approche dans le domaine de Laplace

Une façon alternative de calculer la réponse temporelle de la sphère est de transformer les équations différentielles du système temporel grâce à une transformée de Laplace, de résoudre ces équations dans le domaine de Laplace puis d'utiliser une transformée de Laplace inverse pour retrouver les signaux de réponse temporels. La Figure 11 illustre ce processus et les détails de la formulation sont fournis à l'annexe C. La difficulté associée à cette approche réside dans le calcul de la transformée de Laplace inverse qui peut poser des problèmes de stabilité numérique selon le signal exciteur considéré. Par exemple, le calcul de la réponse à une fonction de Heaviside est un cas difficile à traiter analytiquement par les techniques de transformée de Laplace, notamment dans le voisinage de la zone d'ombre (derrière la sphère), du fait de la discontinuité [57], [59]. Dans ce travail, la propriété décrite dans la sous-section 3.2.2 pour calculer la réponse à une fonction de Heaviside régularisée $H_{\sigma}(t-t_0)$ est utilisée, à savoir qu'il suffit d'intégrer de 0 à t le signal obtenu pour une excitation par $g_{\sigma}(t-t_0)$. En effet, les résultats analytiques peuvent comporter des problèmes de convergence lors de l'utilisation de la transformée de Laplace inverse. Plusieurs algorithmes ont été testés. Dans le premier (INVLTF), la transformée de Laplace inverse est calculée à partir d'une décomposition en série de Fourier (sinus et cosinus) combinée à une méthode Q-D pour accélérer la convergence de la série [75]. Le second (DLAINV) utilise la formule de Durbin combinée à l'algorithme epsilon [76]. Le troisième (LAPIN) utilise la formule de Durbin combinée à une procédure de réduction de l'erreur de discrétisation, une méthode pour accélérer la convergence de la série de Fourier et une procédure qui calcule approximativement le meilleur choix de paramètres associés [77].

Pour l'excitation par pulse gaussien, une fois les paramètres optimaux¹⁸ choisis, les algorithmes d'inversion donnent des résultats identiques sauf pour l'algorithme 1 (INVLTF), qui peut induire occasionnellement des instabilités pour la pression acoustique à l'intérieur de la sphère. Pour la fonction de Heaviside régularisée, les trois algorithmes induisent des problèmes de convergence dans la réponse; il est donc préférable d'utiliser l'approche basée sur l'intégration des résultats obtenus pour le pulse gaussien afin d'obtenir des résultats fiables.

¹⁷ Dans le cas où on n'a pas le choix de résoudre en coordonnées physiques (plutôt que modales).

¹⁸ On parle ici de tolérance, d'erreur relative et absolue choisie *a priori*.

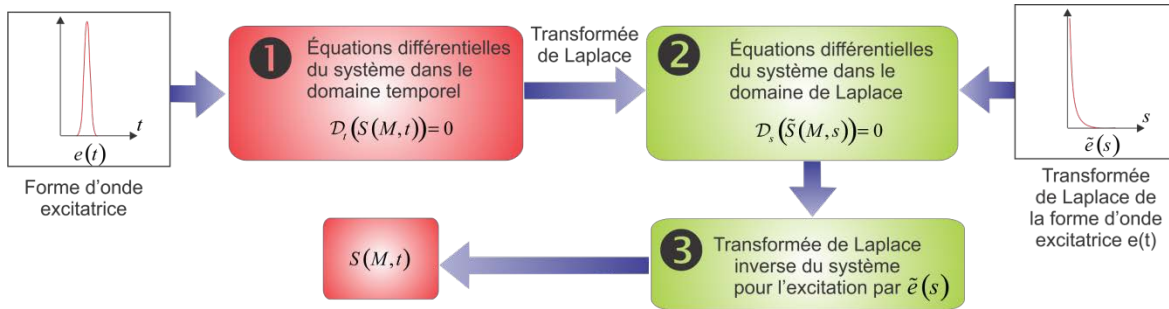


Figure 11 : Étapes de la méthode pour obtenir la réponse temporelle à partir de la réponse dans le domaine de Laplace.

3.3.2.4 Description de la configuration étudiée

La demi-sphère considérée est en plastique de 3 mm d’épaisseur. Les paramètres physiques de la configuration figurent au Tableau 2. Comme mentionné dans la sous-section 3.3.2.2, un amortissement structural très faible a été choisi pour calculer la solution de référence. La valeur correspond à un compromis entre le nombre de points de calcul nécessaire et la valeur du facteur de perte qui ne doit pas trop amortir la solution. Les comparaisons montrées ci-après démontrent que les solutions obtenues avec les logiciels sans amortissement physique se comparent très bien à la solution de référence avec amortissement très faible.

Tableau 2 – Paramètres physiques utilisés pour la demi-sphère

Masse volumique	Module d’Young	Coefficient de Poisson	Facteur de perte structural	Célérité du son fluide externe	Célérité du son fluide interne	Masse volumique fluide externe	Masse volumique fluide interne	Facteur de perte structural fluide interne
ρ_s [kgm ⁻³]	E [Pa]	ν [1]	η_s [1]	c_e [ms ⁻¹]	c_i [ms ⁻¹]	ρ_e [kgm ⁻³]	ρ_i [kgm ⁻³]	η_i [1]
1200	2,16e9	0,38	0,001 [références] 0 [logiciels]	340	340	1,2	1,2	0,001 [références] 0 [logiciels]

L’ensemble des calculs a été effectué en considérant une sphère de rayon de 10 cm. Cette dimension, supérieure aux dimensions typiques d’un protecteur qui a plutôt un rayon équivalent à 5 cm environ, permet d’augmenter artificiellement le nombre de degrés de liberté structuraux du problème, ce qui se produirait, par exemple, si on modélisait la véritable géométrie de la coquille. Cette augmentation artificielle des dimensions de la sphère permet de tester les limites des logiciels pour les moyens de calcul disponibles dans des conditions de coût de calcul plus proches du problème réel à résoudre, sans changer les phénomènes physiques qui se produisent. Un exemple de calcul comparant la solution de référence et le logiciel COMSOL a tout de même été fait pour un rayon de 5 cm afin de montrer que l’approche fonctionne avec une dimension plus représentative de celle d’un protecteur de type coquille (sous-section 4.1.2.3).

3.4 Modélisation numérique des cas de référence à l'aide des logiciels utilisés

Quatre logiciels permettant des simulations dans le domaine temporel ont été retenus pour les fins de la présente étude, à partir d'une liste de logiciels commerciaux qui a été établie dans une étude bibliographique précédemment réalisée [42]. Pour faire le choix de ces outils, des demandes d'information ont d'abord été adressées aux services de soutien technique de chaque logiciel afin de connaître leurs potentialités à traiter efficacement les problèmes vibroacoustiques indiqués dans les objectifs, et un premier tri a été fait à partir des réponses obtenues. Ainsi, des logiciels qui ne peuvent pas modéliser des problèmes acoustiques et ceux dont le service de soutien technique n'est pas facilement accessible ou n'a pas fourni de réponse satisfaisante n'ont pas été retenus. Par la suite, en se fiant à la réputation des logiciels dans la littérature scientifique et en tenant compte de quelques études intéressantes qui ont été relevées, les logiciels suivants ont été retenus comme potentiellement capables de résoudre les cas de simulation retenus pour l'étude :

- Abaqus Unified FEA conçu par [Dassault Systèmes](#)
- Altair RADIOSS élaboré par [Altair Engineering](#)
- COMSOL Multiphysics de [COMSOL Group](#)
- LMS Virtual.Lab de la compagnie [Siemens](#)

Ces logiciels jouissent d'une bonne réputation dans la littérature scientifique comme codes de simulation dans le domaine temporel [78]. En effet :

- Abaqus Unified FEA [79] est reconnu pour la puissance et la robustesse de ses algorithmes, la prise en compte de non-linéarités (dans les matériaux, les géométries ou les contacts) et son caractère évolutif (possibilité offerte à l'utilisateur d'insérer de nouveaux éléments ou de nouvelles lois de comportement) [80], [81]. Il a été, par exemple, utilisé pour simuler un impact linéique sur une plaque d'acier [82], le comportement dynamique de structures composites soumises à des chocs hautes fréquences [78] et le roulement transitoire de pneus [83]. Des études intéressantes, mais dans le domaine fréquentiel, ont aussi été faites avec ce logiciel sur l'optimisation vibroacoustique de dispositifs de protection de l'ouïe [84] et sur les performances acoustiques de téléphones cellulaires [85].
- Altair RADIOSS est largement utilisé dans l'industrie [78] pour des simulations non linéaires de structures et d'interactions fluide-structure. Il a, par exemple, servi à faire des simulations d'analyses non linéaires [86] et des études d'impact [87], [88] dans le secteur du transport, pour des procédés d'optimisation de panneaux composites [89] et pour la simulation de problèmes d'amortissements hydrodynamiques en interaction fluide-structure et sous charge impulsionnelle [90].
- COMSOL Multiphysics est un logiciel à architecture ouverte qui gère les couplages multiphysiques. Il possède notamment des modules acoustiques et structuraux. Il a servi, par exemple, à l'étude de la réponse impulsionnelle de petits locaux (avec une méthode TD-BEM: Time Domain Boundary Element Method) [91] et à la modélisation de la dynamique structurelle d'éoliennes soumises à des charges transitoires sismiques [92]. Il est beaucoup utilisé pour la simulation de transducteurs électromagnétiques et

acoustiques (par génération d'ondes de Lamb dans des panneaux métalliques) [93] et la propagation d'ondes ultrasonores dans des milieux isotropes, viscoélastiques [94] et incompressibles [95].

- Virtual.Lab est une suite de logiciels de simulation et d'optimisation des performances de structures mécaniques dont les composantes « Acoustic » et « Noise and Vibration » sont potentiellement adaptées à la résolution des problématiques à étudier. Il intègre un solveur basé sur une méthode TD-BEM, et est supposé être particulièrement adapté aux excitations impulsives de courte durée [96]. Il a été, par exemple, utilisé pour simuler la vibration de viaducs soumis à des excitations transitoires [97] et le rayonnement acoustique d'engrenages, avec une bonne capture de phénomènes non linéaires (larges rotations) [98].

Des licences des modules de résolution dans le domaine temporel des quatre logiciels ont été acquises, et la première phase de l'étude a été consacrée à se familiariser à leur fonctionnement, à partir de lectures de guides d'utilisateurs, d'exemples et de tutoriels de formation, et de participation à des sessions de formation, en fonction de la documentation et du soutien technique disponibles pour les quatre logiciels. À la fin de cette première phase, il a été convenu que seuls les logiciels Abaqus, COMSOL et Virtual.Lab seraient utilisés pour la modélisation des cas de référence de l'étude. En effet, la documentation, la formation et le soutien technique que les chercheurs ont obtenus pour le logiciel Altair RADIOS étaient plutôt fortement orientés sur des simulations de problématiques de crash automobile. Malgré des moyens considérables consacrés à l'appropriation de cet outil, les chercheurs ont fait le constat qu'ils ne disposaient pas des connaissances de base requises pour compléter adéquatement les simulations des problématiques considérées avec le logiciel [99].

Par ailleurs, il faut noter qu'un nouveau module de simulations dans le domaine temporel pour la modélisation de problématiques d'acoustique transitoire a été intégré au logiciel ACTRAN en 2014 [100]. Sa description indique qu'il serait *a priori* aussi intéressant à utiliser pour résoudre les cas considérés dans l'étude actuelle. Il ne fait toutefois pas partie des outils testés puisqu'il n'était pas disponible lorsque l'étude a été élaborée.

Les prochaines sous-sections donnent une description plus détaillée des trois logiciels qui ont été finalement retenus dans l'étude; elles donnent aussi pour chaque logiciel, des indications particulières sur la modélisation des cas de référence.

Il est très important de noter que dans tout le rapport, ce sont les modules temporels des trois logiciels qui ont été testés, et non pas toutes leurs composantes. Donc, dans tout ce qui suit et sauf mentions générales, COMSOL réfère au module Transient de COMSOL Multiphysics, Abaqus réfère au module Explicit de Abaqus Unified FEA et Virtual.Lab réfère au module TD-BEM de LMS Virtual.Lab.

3.4.1 Choix des maillages et du pas de temps

La résolution des équations dans le domaine temporel utilise des algorithmes dits implicites ou explicites. Ces algorithmes procèdent en recalculant la solution à des instants successifs séparés par un pas de temps d'intégration choisi par l'utilisateur ou sélectionné automatiquement par le

logiciel. Le pas de temps d'intégration Δt doit respecter certaines conditions afin de permettre à la solution de converger (Δt suffisamment faible) et de ne pas consommer des ressources informatiques trop importantes (Δt pas trop petit). Le premier prérequis est que le Δt choisi doit permettre de bien représenter le signal d'excitation temporel. En d'autres termes, le signal d'excitation doit être échantillonné avec un Δt suffisamment petit. La seconde condition nécessite la condition de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) qui impose une relation entre la résolution spatiale du maillage ¹⁹ et le pas de temps Δt :

$$CFL = \frac{c\Delta t}{h_e} < C_{\max} \quad (8)$$

Le paramètre adimensionnel appelé CFL doit être inférieur à une valeur C_{\max} (typiquement $C_{\max} \leq 1$) qui dépend du type de problème à résoudre (par exemple, la propagation d'onde) et de l'ordre des polynômes d'interpolation des éléments finis utilisés pour la discrétisation spatiale. Ce paramètre peut être interprété comme la fraction d'un élément h_e que l'onde parcourt pendant un pas de temps avec la célérité c . Un $CFL = 1$ correspondrait à la même résolution spatiale et temporelle si les erreurs de discrétisation étaient identiques dans l'espace et dans le temps, ce qui n'est normalement pas le cas.

Pour un problème d'acoustique pure (pas de structure), la méthodologie consiste donc à :

1. choisir un pas de temps Δt suffisamment faible pour discrétiser le signal d'excitation ²⁰;
2. en déduire la taille des éléments du maillage $h_e = \frac{c\Delta t}{CFL}$ grâce à l'équation (7), avec c qui est la célérité du son dans le milieu.

Pour un problème d'interaction fluide-structure, on procède de la façon suivante :

1. effectuer les étapes 1 et 2 précédentes;
2. calculer la fréquence maximale que l'on peut résoudre avec la taille des éléments h_e choisie et un critère de maillage spatial de N éléments par longueur d'onde : $f_{\max} = \frac{c}{Nh_e}$.
Typiquement $N = 6$;
3. calculer la taille des éléments structuraux pour résoudre la fréquence f_{\max} à partir d'un critère de maillage donné. Par exemple, avec un critère de 6 éléments par longueur

¹⁹ Les logiciels testés contiennent des routines spéciales de maillages adaptatifs, mais cette considération n'est pas prise en compte dans la présente étude.

²⁰ Dans le domaine fréquentiel, cela se traduit par une limitation du spectre du signal temporel à une fréquence maximale reliée à la taille du maillage. Ainsi, avec un critère de 6 éléments par longueur d'onde, on a $f_{\max} = \frac{c}{6h_e}$.

d'onde, on a $h_{e,struct} = \frac{c_{struct}}{6f_{max}}$ avec c_{struct} qui est la célérité des ondes²¹ dans le milieu structural. Si le milieu est dispersif (c'est le cas, par exemple, pour les ondes de flexion), la célérité des ondes dépend de la fréquence et, dans ce cas, on calcule $c_{struct}(f_{max})$ dans l'équation précédente.

3.4.2 Logiciel COMSOL

Le logiciel COMSOL utilise principalement une méthode par éléments finis pour résoudre les problèmes liés à la présente étude. Notons que COMSOL « raisonne » principalement sur des entités géométriques (domaine, frontières, points) pour l'imposition des conditions aux limites et d'excitation plutôt que sur des entités de maillages (nœuds, éléments). La définition d'un modèle se fait par le biais du Constructeur de Modèle, sorte d'arborescence qui offre un aperçu complet du modèle et permet d'accéder à toutes les fonctionnalités (géométrie, maillage, paramètres physiques, conditions aux limites, études, solveurs, post-traitement et visualisations) (Figure 12).

Les étapes générales de modélisation dans ce logiciel se résument aux points suivants :

- Choix de la physique et du cas à l'étude

Le logiciel offre plusieurs types de physique comme l'interaction fluide-structure, la thermique, l'électromagnétique, la géotechnique, etc. Ces types de physique sont gouvernés par des équations différentielles bien particulières. Il faut signaler que COMSOL permet un accès aux expressions des équations qui sont implantées, ce qui offre une grande flexibilité pour définir des problèmes spécifiques non prévus. Le type de physique qui nous intéresse ici est l'interaction acoustique d'une structure avec un fluide. Le cas d'étude, c'est-à-dire le type d'analyse que l'on souhaite effectuer (analyse modale, réponse en fréquence, réponse dans le domaine temporel), doit ensuite être choisi. Dans cette étude, il s'agit de la réponse dans le domaine temporel. C'est donc le module Transient de COMSOL qui est utilisé.

- Définition de la géométrie du problème

Le logiciel dispose de fonctions de création (primitives comme des sphères, des cylindres, des blocs, etc.) et d'édition géométriques (opérations booléennes) assez complètes. Les opérations effectuées sont organisées dans un arbre visible dans l'une des fenêtres du logiciel. Le logiciel offre également des fonctionnalités avancées grâce à un module d'importation géométrique qui permet de travailler avec des géométries existantes conçues dans d'autres logiciels de conception.

- Définition des matériaux solides et fluides

Le logiciel dispose d'une vaste bibliothèque de matériaux allant des métaux aux plastiques. Les paramètres des matériaux (masse volumique, propriétés élastiques et

²¹ Plusieurs types d'ondes peuvent se propager dans un solide avec différentes célérités (compression, cisaillement, flexion, Lamb, Rayleigh etc.). C'est la physique du problème qui dicte la célérité à sélectionner.

d'amortissement) peuvent être modifiés. En fonction du type de physique utilisée, des lois de comportement diverses sont disponibles.

- Définition des interfaces physiques

En fonction de la physique choisie dans la première étape, des nœuds correspondant aux domaines physiques (appelés interfaces physiques dans COMSOL) sont créés dans l'arborescence du modèle. Pour les problématiques qui nous concernent, un domaine « acoustique » et un domaine « structural » sont définis. On rattache ensuite à ces domaines les géométries pertinentes définies précédemment. Pour chaque domaine, on a les étapes suivantes :

- Affectation du matériau

On attribue à chaque domaine un des matériaux définis précédemment.

- Définition des conditions aux limites et des excitations

Le logiciel permet de gérer l'ensemble des conditions aux limites de type cinématique (imposition des variables dépendantes comme le déplacement dans un cas structural ou la pression acoustique dans le cas d'un problème acoustique) ou de type naturel (la force qui s'applique dans un cas structural ou l'accélération acoustique dans le cas d'un problème acoustique). Le logiciel gère également les conditions de symétrie et d'antisymétrie. Pour un milieu acoustique, des conditions aux limites spéciales pour absorber une onde qui se propage (impédance, condition de rayonnement) sont disponibles. Enfin, toute une panoplie de type d'excitations de nature acoustique comme une onde plane, une onde émise par un monopole ou un dipôle est accessible.

- Définition des interfaces de couplage

Les conditions de couplage sont dictées par la physique choisie au départ. Par exemple, pour un problème d'interaction fluide-structure, les interfaces entre le milieu acoustique et la structure sont automatiquement détectées, et la continuité des déplacements normaux de la structure et du fluide, d'une part, et du vecteur contrainte structural et de la pression acoustique, d'autre part, sont pris en compte par le logiciel.

- Définition du maillage

Le logiciel propose des outils de maillage automatique et semi-automatique 1D, 2D, et 3D dont les paramètres sont contrôlés par l'utilisateur. Il offre également des fonctions d'importation de maillages dans divers formats (exemple de NASTRAN). Il dispose d'éléments finis de formes (tétraédriques, prismatiques ou hexaédriques) et d'ordres (linéaires, quadratiques, etc.) variés. L'ensemble des domaines est maillé à cette étape.

- Choix de l'algorithme de résolution

Le logiciel permet l'utilisation de plusieurs solveurs numériques directs et itératifs de matrice creuse, méthodes multigrilles algébriques et géométriques, et une grande variété de préconditionneurs. Le calcul est exécuté sur la base d'un contrôle des erreurs, et le cas échéant avec un maillage adaptatif. Les solveurs utilisés dépendent des couplages physiques impliqués dans le problème considéré.

- Post-traitement et export des résultats

Les fonctionnalités de visualisation comprennent différents types de graphiques dont les tracés de surface, en coupe, en isosurface, en flèche et en ligne de courant. Le logiciel propose également toute une gamme d'outils de post-traitement pour l'évaluation et l'intégration. Les résultats peuvent être exportés dans de multiples formats.

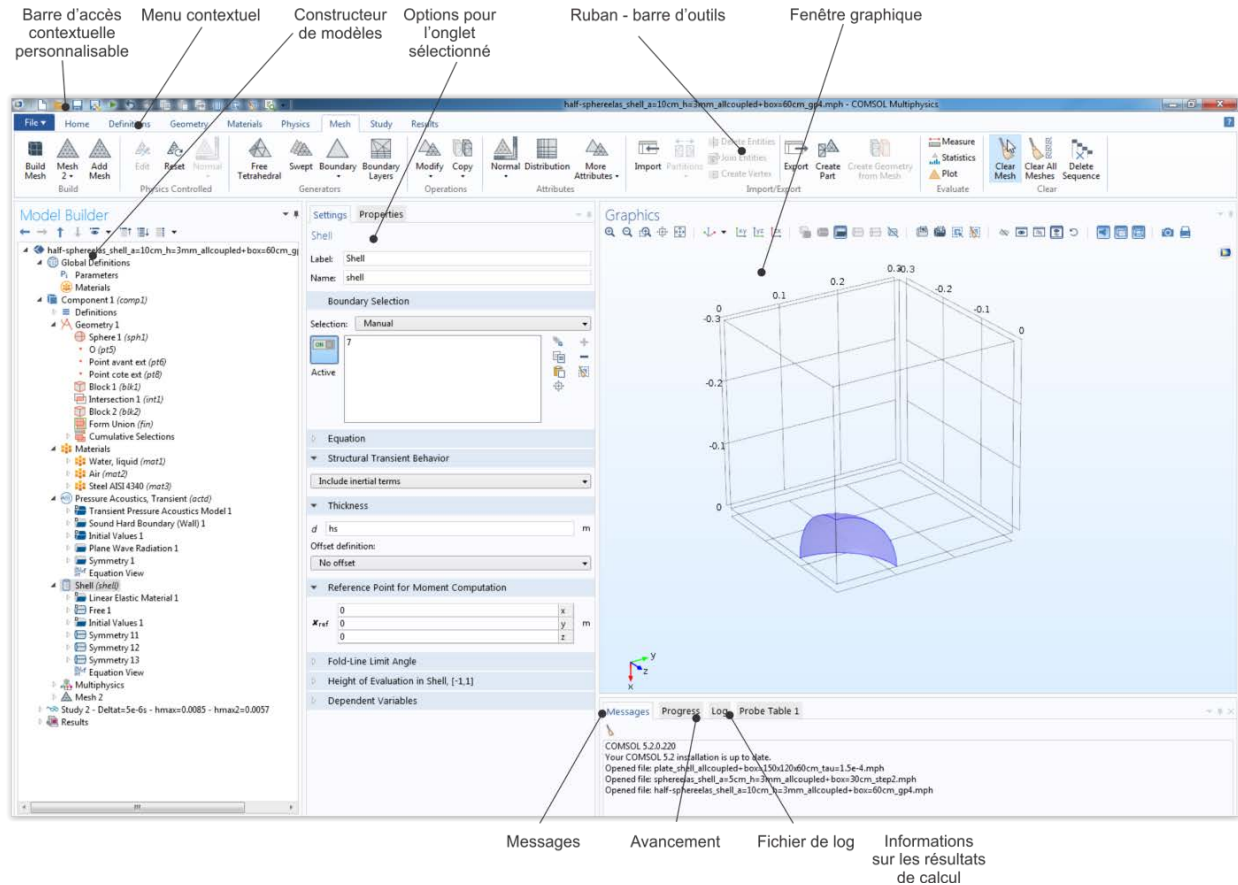


Figure 12 : Illustration des composants de l'interface graphique de COMSOL.

Dans les deux sous-sections qui suivent, la réalisation des étapes de définition de la géométrie, des domaines, des conditions aux limites, des excitations, des maillages et de résolution des problèmes est spécifiquement définie.

3.4.2.1 Cas de la plaque excitée par une force d'impact transitoire

3.4.2.1.1 Définition de la géométrie du problème, des domaines associés, des conditions aux limites et des excitations

Le problème possède des symétries. Par conséquent, seulement un quart du problème est modélisé. Dans cette configuration, deux domaines sont concernés, la plaque élastique et le domaine fluide infini en contact. Les modules de COMSOL utilisés dans cette étude opérant sur des domaines géométriques de taille finie, il est nécessaire d'amputer le domaine externe en contact avec la plaque. Il faut s'assurer que cette amputation n'introduit pas trop d'artéfacts sur les réponses temporelles calculées aux points concernés par cette étude. En effet, en tronquant le domaine, on crée des frontières extérieures sur lesquelles les ondes acoustiques diffractées par le baffle et rayonnées par la plaque se réfléchissent. Il est donc nécessaire d'imposer des conditions aux limites qui représentent au mieux la physique du problème, en l'occurrence ici, des conditions d'absorption totale. Se posent alors les questions de la forme et de la taille du domaine amputé à adopter et du choix de la condition aux limites à imposer sur les surfaces externes. Les deux considérations sont intimement liées puisque si la condition aux limites remplit bien le rôle de diminuer au mieux les réflexions des ondes diffractées et rayonnées, le domaine amputé peut être réduit. Cela dépend également du point d'observation et de la durée d'observation du signal requise. COMSOL offre divers types de conditions aux limites (condition de rayonnement d'onde plane, d'onde sphérique, d'onde cylindrique). Une étude paramétrique compatible avec les moyens de calcul disponibles, conjuguant l'effet de la forme, de la taille du domaine externe et le type de conditions aux limites appliquées sur ses frontières a été réalisée pour différents points de calcul dans le domaine externe et une durée d'observation de 1 ms identique à celle utilisée dans la référence [45]. Dans cette configuration, un domaine fluide parallélépipédique de dimensions 0,6 m x 0,75 m x 0,3 m (le quart du domaine) avec des conditions aux limites de rayonnement d'onde plane a été retenu. Compte tenu des moyens de calcul disponibles, il n'a pas été possible d'augmenter davantage la taille du domaine, et notamment les dimensions latérales afin de simuler un baffle acoustique infini. Les paramètres retenus ont néanmoins permis d'obtenir des résultats satisfaisants avec la solution de référence (voir section 4).

En résumé, la configuration contient un domaine élastique (la plaque) et un domaine externe fluide amputé dont la frontière, qui est dans le plan de la plaque, est rigide acoustiquement pour simuler le baffle. Le domaine structural est excité par une force d'impact ponctuelle dont la forme d'onde est donnée dans la sous-section 3.3.1.5. La Figure 13 illustre le modèle géométrique, les domaines concernés et les conditions aux limites adoptées dans le logiciel COMSOL.

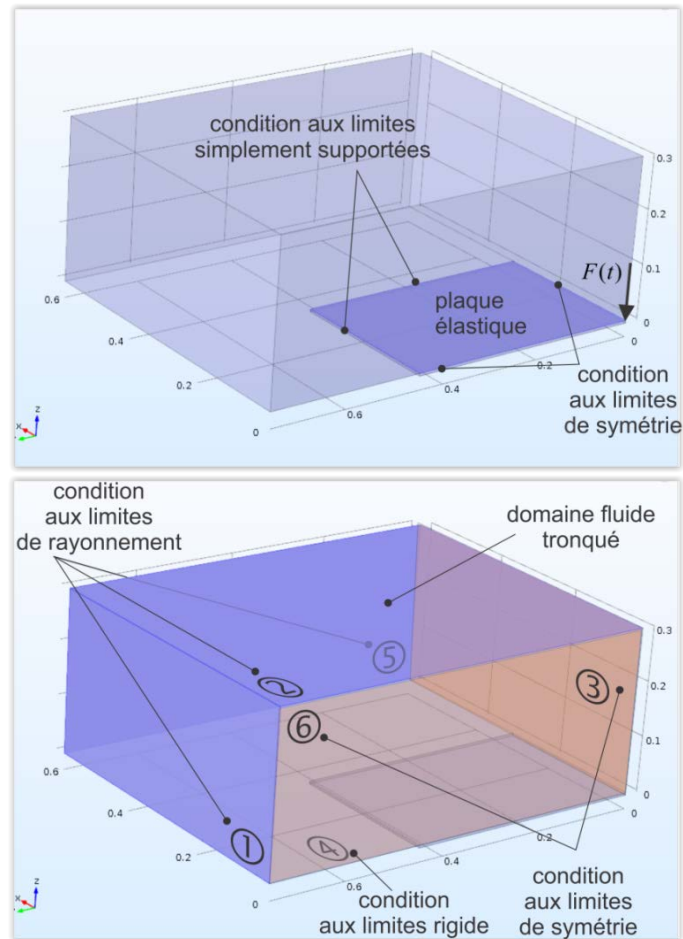


Figure 13 : Description de la géométrie, des domaines et des conditions aux limites utilisées dans le logiciel COMSOL pour le problème de la plaque.

3.4.2.1.2 Définition des maillages

Chaque domaine (plaque, fluide externe) est maillé selon la procédure décrite dans la sous-section 3.4.1 avec des éléments quadratiques de coque pour la partie structurale et des tétraèdres à 10 nœuds pour le fluide. Un CFL égal à 0,2 a été utilisé. La Figure 14 montre le maillage utilisé pour un pas de temps d'intégration de $5 \mu s$. Le maillage comporte 2 129 446 éléments, 8 976 degrés de liberté en déplacement et 2 879 342 degrés de liberté en pression.

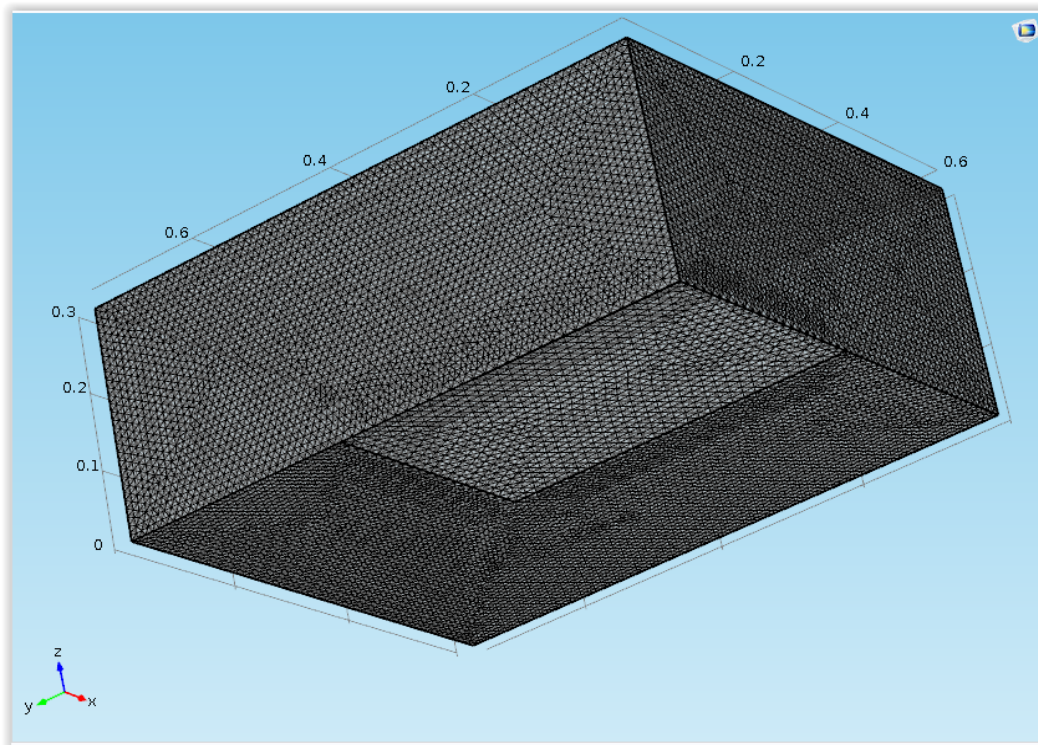


Figure 14 : Maillage utilisé dans COMSOL pour un pas de temps d'intégration de $5 \mu\text{s}$.

3.4.2.1.3 Choix du solveur

Le logiciel COMSOL propose plusieurs algorithmes. Il est possible de fixer le pas de temps, ce qui est préférable, ou de laisser le logiciel le piloter automatiquement²². Le problème est résolu ici avec un algorithme implicite « generalized alpha » [101]. Cet algorithme est recommandé par COMSOL pour résoudre les types de problèmes de propagation d'onde traités dans le cadre de cette étude, de par sa bonne précision et sa relative stabilité. Cela a été corroboré par des expérimentations numériques avec deux des autres algorithmes [102] à disposition (BDF « Backward Difference Formula » et Runge-Kutta). Le pas de temps d'intégration de $5 \mu\text{s}$ est fixé selon la procédure décrite dans la sous-section 3.4.1.

3.4.2.2 Cas de la sphère excitée par une onde plane impulsionnelle

3.4.2.2.1 Définition de la géométrie du problème, des domaines associés, des conditions aux limites et des excitations

Comme pour la plaque, étant donné les symétries, seulement un quart du problème a été modélisé. Cela permet de diminuer de façon très significative la taille du système à résoudre et de pouvoir procéder avec les moyens informatiques à disposition. Rappelons que dans la configuration étudiée, la sphère baigne dans un fluide externe infini. Une procédure identique à celle utilisée pour la plaque a été menée pour déterminer la forme et la taille du domaine externe

²² Pour le type de problème considéré, des expériences numériques ont montré qu'un pas de temps automatique ne fournit pas de résultats stables sur la durée d'observation.

à amputer ainsi que le type de conditions aux limites appliquées sur ses frontières. La durée d'observation a été fixée à 15 fois le temps que met l'onde acoustique pour parcourir la distance égale à un rayon de la sphère ($t_{trav} = \frac{a}{c}$). Ce choix permet d'observer le signal sur une durée suffisamment longue pour éprouver les capacités des logiciels testés à simuler la réponse du système. À l'issue de l'étude paramétrique sur l'effet de la forme, de la taille du domaine externe et du type de conditions aux limites appliquées sur ses frontières, un domaine parallélépipédique situé à une distance égale à deux fois le rayon de la sphère avec des conditions aux limites de rayonnement d'onde plane ont permis d'obtenir des résultats concordants avec la solution de référence (cf. section 4). En résumé, la configuration contient un domaine élastique (coque sphérique), un domaine interne fluide et un domaine externe fluide amputé.

La Figure 15 illustre le modèle géométrique, les domaines concernés et les conditions aux limites adoptées dans le logiciel COMSOL pour la sphère de rayon 10 cm. Y est spécifiée une excitation de type onde plane incidente sur les frontières du domaine externe. Le signal exciteur atteint la face ⑤ à l'instant $t = 0$ (origine des phases). Cette excitation est définie comme étant $s\left(t - \frac{(z - z_0)}{c}\right)$ où $s(t)$ correspond au pulse gaussien ou à la fonction de Heaviside régularisée

évoqués dans la sous-section 3.3.2.1, et z_0 correspond à la position du plan de l'origine des phases. Pour la sphère de rayon 10 cm, le domaine parallélépipédique complet a pour dimension 60 cm x 60 cm x 60 cm. Pour la sphère de rayon 5 cm, un domaine de dimension 30 cm x 30 cm x 30 cm fournit des résultats très satisfaisants. Comme pour la sphère de rayon 10 cm, le signal commence à $t = 0$ sur la face du domaine en amont de la sphère (face ⑤).

Comme mentionné dans la sous-section 3.3.2.1, la réponse de la demi-sphère bafflée a été calculée en superposant les réponses obtenues pour deux sphères excitées de façon symétrique. Cette option permet de s'affranchir de la modélisation du baffle qui est un plan infini rigide acoustiquement. Avec le logiciel COMSOL, il est cependant possible de modéliser directement la demi-sphère bafflée. Mais, dans ce cas, l'effet d'amputation du domaine externe est beaucoup plus significatif que dans le cas de la sphère entière du fait de la présence d'un baffle fini qui peut diffracter les ondes acoustiques par ses arêtes. Il n'a pas été possible, avec les moyens de calcul disponibles, de calculer la réponse sur toute la durée temporelle d'observation ou d'aller au-delà de certaines dimensions, ce qui restreint la durée temporelle pour laquelle la solution se rapproche de celle d'un baffle de dimension infinie. L'annexe D présente l'effet de l'augmentation des dimensions dans le plan du baffle du domaine externe, sur la réponse temporelle en certains points de calcul. La raison des différences entre les solutions de référence et numérique réside dans l'impossibilité de prendre en compte de façon exacte un baffle infini qui correspond à une situation didactique. En réalité, un baffle est d'une largeur finie et peut donc être pris en compte exactement dans ce type de logiciel.

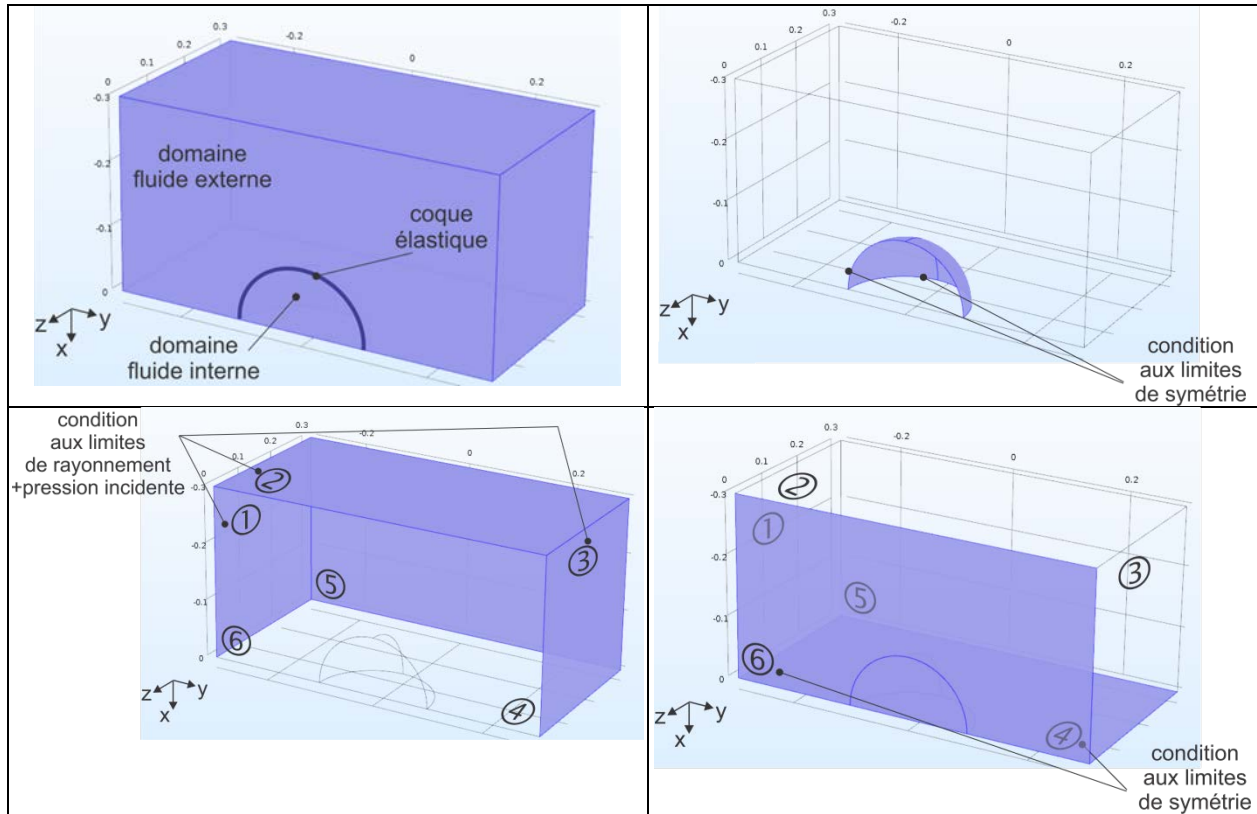


Figure 15 : Description de la géométrie, des domaines et des conditions aux limites utilisées dans le logiciel COMSOL pour le problème de la sphère.

3.4.2.2 Définition des maillages

Chaque domaine (coque sphérique, fluides interne et externe) est maillé selon la procédure décrite dans la sous-section 3.4.1 avec des éléments quadratiques de coque pour la partie structurale et des tétraèdres à 10 nœuds pour les fluides. COMSOL recommande d'utiliser un *CFL* égal à 0,2 lorsque les éléments quadratiques sont utilisés. Des études paramétriques sur la valeur du *CFL* et du pas de temps d'intégration pour un maillage donné ont confirmé que la valeur de 0,2 est optimale. La Figure 16 montre le maillage utilisé pour un pas de temps d'intégration de 5 μ s. Le maillage comporte 1 526 914 éléments tétraédriques fluides et 2 444 éléments de coque pour un total de 2 104 488 degrés de liberté pour le cas de la sphère de rayon de 10 cm; 188 905 éléments tétraédriques fluides et 632 éléments de coque pour un total de 269 667 degrés de liberté pour la sphère de rayon de 5 cm.

3.4.2.3 Choix du solveur

À nouveau, le problème est résolu avec un algorithme implicite « generalized alpha ». Un pas de temps d'intégration de 5 μ s est fixé selon la procédure décrite dans la sous-section 3.4.1.

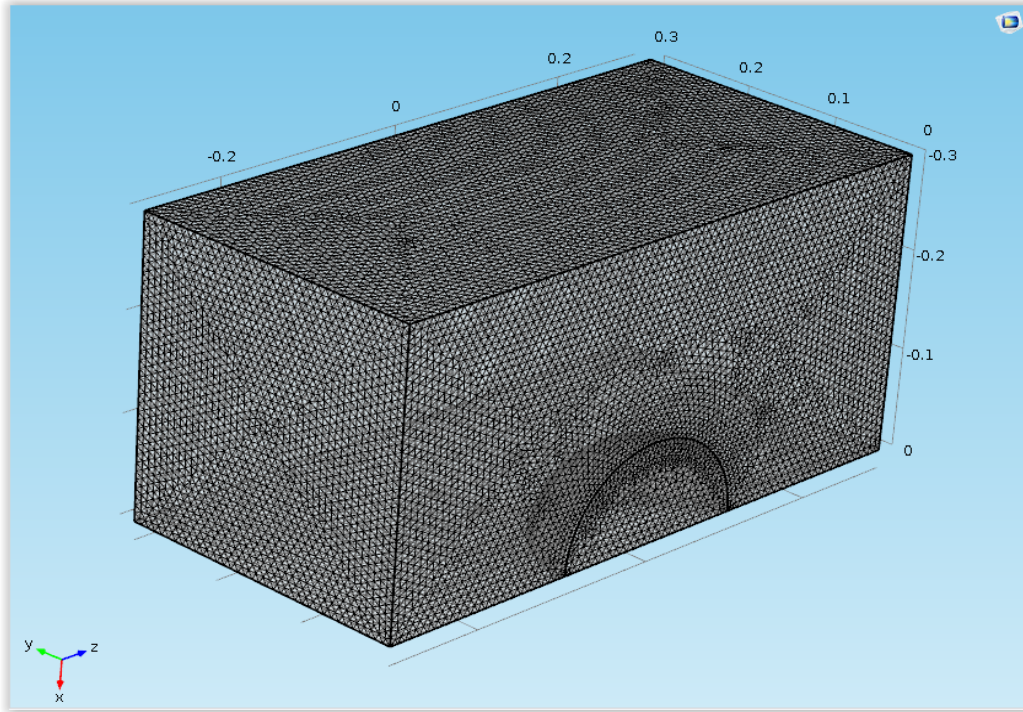


Figure 16 : Maillage utilisé dans COMSOL pour un pas de temps d'intégration de $5 \mu\text{s}$.

3.4.3 Logiciel Abaqus

Le logiciel Abaqus utilise aussi une méthode par éléments finis pour résoudre les problèmes considérés dans la présente étude. La modélisation a été faite avec la version 6.14 de l'interface intégrée Abaqus/CAE qui offre des outils complets de construction et de visualisation (prétraitement), de résolution (calculs) et de post-traitement (analyse des résultats). Les différentes composantes de l'interface sont illustrées à la Figure 17 (tirée de la documentation 6.14 du logiciel [103]). Elle s'accompagne d'une documentation abondante et diversifiée (guides d'utilisation, tutoriel de démarrage, exemples de problèmes, guides de références sur la théorie...) qui est accessible directement à partir du répertoire d'installation du logiciel (la documentation de versions précédentes peut aussi être consultée sur le web [104]).

La procédure de modélisation avec ce logiciel est décrite dans les points suivants :

- Choix de l'outil d'analyse (**Model**)

Une modélisation avec l'interface Abaqus/CAE débute par le choix de l'outil d'analyse (ou solution). Par défaut, il y a l'outil « Standard/Explicit » qui permet d'analyser des problèmes statiques ou dynamiques, y compris des interactions fluide-structure, et thermiques. Il y a aussi les outils « Electromagnetic » (pour des problèmes d'électromagnétisme) et « CFD » (spécifiquement dédié à la dynamique des fluides, et qui supporte un couplage direct avec d'autres outils). Dans le cadre de cette étude, c'est l'outil par défaut qui est utilisé, puisque les problématiques nécessitent une interaction fluide-structure. L'interface permet ensuite de compléter les différentes phases de la

modélisation à travers divers modules. Les principaux modules utilisés dans notre étude sont décrits ci-dessous.

- Module **Part**

La géométrie du problème est définie dans ce module. Plusieurs fonctions sont disponibles pour générer d'abord des profils 2D. Diverses opérations (extrusion, révolution, extension, etc.) permettent ensuite d'obtenir des géométries 3D, si nécessaire. Chaque géométrie est créée indépendamment dans son propre système de coordonnées. Le logiciel offre également des fonctionnalités d'importation géométrique qui permettent de travailler avec des géométries existantes conçues dans d'autres logiciels de conception.

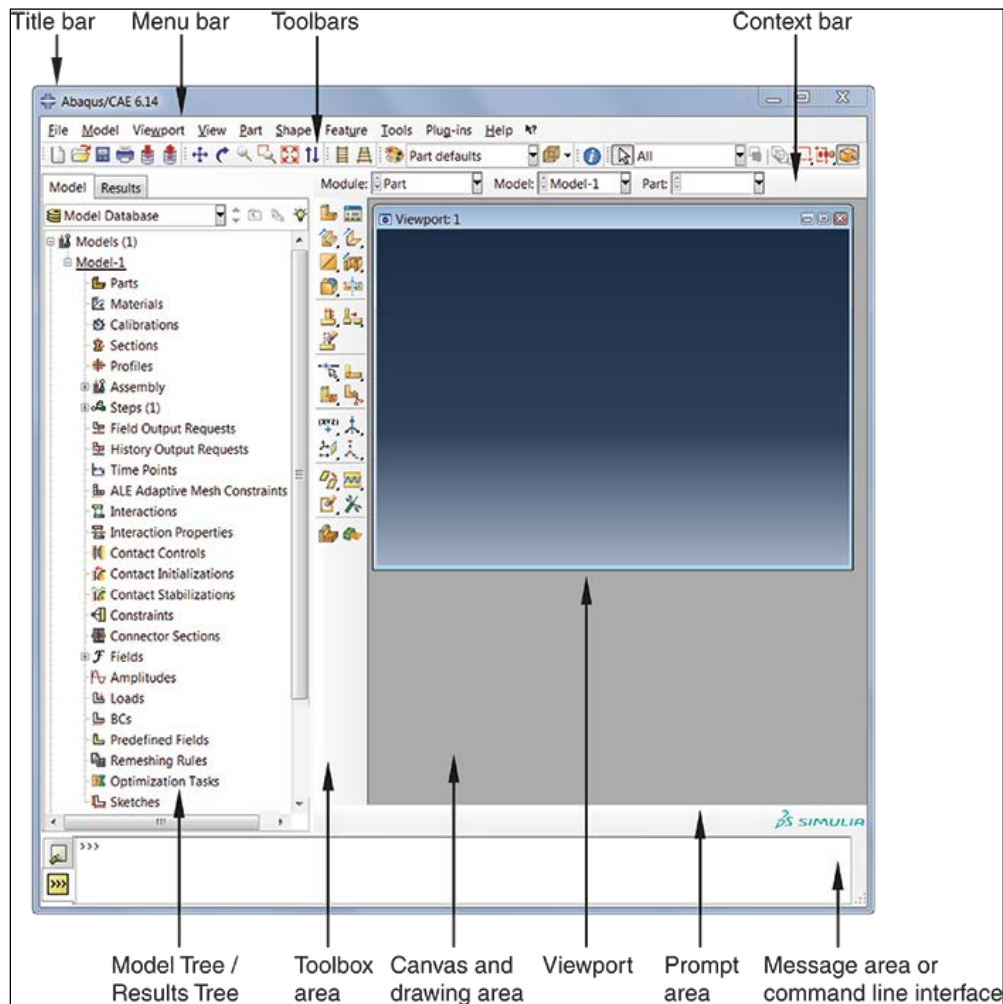


Figure 17 : Illustration des composantes de l'interface Abaqus/CAE.

- **Module Materials**

Ce module est utilisé pour définir les matériaux. Le logiciel dispose d'une vaste bibliothèque de matériaux. Les paramètres des matériaux peuvent être modifiés. En fonction du type de physique utilisée, des lois de comportement diverses sont disponibles.

- **Module Sections**

Il sert à définir les propriétés (appelées « sections » dans Abaqus). Le logiciel offre une vaste gamme de propriétés, qui sont généralement créées à partir des matériaux existants. Par la suite, une propriété doit être associée à chaque géométrie du modèle.

- **Module Assembly**

Dans ce module, les géométries de propriétés qui vont faire partie de l'analyse sont toutes regroupées dans un système de coordonnées global. Il permet donc de positionner une géométrie relativement par rapport aux autres en appliquant des contraintes géométriques (translations, rotations, etc.). Des surfaces, des points ou des groupes nécessaires à l'analyse peuvent aussi être définis dans ce module. Ces entités géométriques servent à définir les conditions aux limites, les excitations ainsi que les champs de sortie des résultats. Alternativement, elles peuvent être définies directement lors de la création des géométries dans le module Part; dans ce cas, elles sont alors regroupées dans le module Assembly.

- **Module Step**

Ce module sert principalement à configurer les différentes étapes (« steps ») de l'analyse et à spécifier les indicateurs que l'utilisateur veut sauvegarder parmi toutes les variables qui seront calculées par le logiciel. Ce dernier génère automatiquement et obligatoirement une étape de base appelée « Initial » dans laquelle sont insérées les conditions aux limites et les conditions de symétrie et d'antisymétrie de l'analyse. L'utilisateur définit ensuite une ou des étapes d'analyse, chacune étant associée à une procédure spécifique, et donc influençant le choix du solveur d'analyse. Divers paramètres (durée d'analyse, type d'incrément temporel, etc.) sont aussi définis dans ces étapes d'analyse.

Dans le cadre de notre étude, des étapes d'analyse transitoire sont définies, et c'est donc le solveur Abaqus/Explicit qui a été utilisé. Ce solveur est supposé être particulièrement adapté pour la simulation d'événements à courtes réponses temporelles en dynamique transitoire, la prise en compte de comportements non linéaires, l'analyse de processus discontinus, et la résolution de très gros problèmes [79], [105]. Le solveur utilise le schéma d'intégration explicite de la différence centrée [42], [71], qui est appliqué sur un grand nombre de petits incréments temporels. Il est rapporté que la procédure est très économique (en consommation de temps), car elle utilise une matrice de masse diagonale (ce qui exige un calcul rapide de la matrice inverse) et elle ne nécessite pas d'itérations ni de matrice tangente de rigidité²³ [79], [105]. En plus, à la différence d'un schéma implicite, le schéma explicite s'affranchit de la résolution d'un système d'équations à chaque incrément temporel [106], [107] : les nouvelles valeurs sont directement obtenues

²³ La matrice tangente de rigidité est la matrice qui décrit la rigidité d'un système en réponse à de petits changements dans la configuration.

à partir de valeurs préalablement calculées. Toutefois, le schéma explicite est conditionnellement stable. Dans Abaqus/Explicit, la limite de stabilité est dictée par le choix du pas temporel Δt , qui doit satisfaire la relation

$$\Delta t \leq \min \left(\frac{L_e}{c_d} \right) \quad (9)$$

où L_e et c_d désignent respectivement la taille caractéristique des éléments du maillage et la vitesse de propagation des ondes dans le matériau [105]. Cette condition influence conséquemment la taille du maillage à considérer et la durée des simulations.

- **Module Interaction**

Ce module est utilisé pour définir les conditions d'interfaces. Dans notre étude, deux types de conditions sont définis. Le premier est une condition de couplage fluide-structure (« tie constraint ») qui permet d'assurer la continuité des variables à l'interface des milieux acoustique et structural (dont les maillages peuvent être incompatibles). Le second permet d'imposer une impédance acoustique de non-réflexion pour pouvoir amputer des milieux extérieurs infinis (frontière absorbante pour éliminer des réflexions provenant du milieu externe au domaine amputé) [42], [108]. Alternativement, cette impédance acoustique de non-réflexion peut être remplacée par l'utilisation d'éléments acoustiques infinis.

- **Module Load**

L'excitation et les conditions aux limites sont définies dans ce module. Le logiciel propose divers types d'excitations acoustiques et mécaniques.

- **Module Mesh**

Ce module offre des outils automatiques ou manuels pour générer des maillages sur les géométries créées. Plusieurs formes d'éléments finis (tétraédriques, prismatiques ou hexaédriques) et ordres d'interpolation (linéaires, quadratiques, etc.) sont offerts, mais cette disponibilité varie en fonction du type de solveur. Ainsi, le solveur Abaqus/Explicit est limité à l'utilisation de formes linéaires.

- **Module Job**

La création et la gestion des tâches de l'analyse sont faites dans ce module. Pour chaque tâche, l'utilisateur peut indiquer le mode et la période de soumission, les paramètres de répertoires et de fichiers de résultats, une allocation de mémoire disponible pour l'exécution, des paramètres de parallélisation du calcul (nombre de processeurs), ainsi que la précision recherchée (simple ou double précision). Après l'exécution de la tâche, ce module permet d'accéder au menu de post-traitement qui offre diverses fonctionnalités de visualisation et d'exportation des résultats.

Les deux sous-sections suivantes sont consacrées plus spécifiquement aux étapes de définition de la géométrie, des domaines, des conditions aux limites, des excitations et des maillages, et de résolution du problème pour les configurations de cette étude.

3.4.3.1 Cas de la plaque excitée par une force d'impact transitoire

3.4.3.1.1 Définition de la géométrie du problème, des domaines associés, des conditions aux limites et des excitations

Le problème possédant des symétries, seulement un quart de la configuration est modélisé. Cela permet de diminuer de façon très significative la taille du système à résoudre et de pouvoir procéder avec les moyens informatiques à disposition. Cette configuration comprend la plaque élastique et le domaine fluide infini en contact. Mais les modules d'Abaqus utilisés dans cette étude opèrent sur des domaines géométriques de taille finie. Il est donc nécessaire d'amputer le domaine externe en contact avec la plaque et d'imposer une condition de rayonnement de non-réflexion sur la surface externe du milieu amputé (cf. détails fournis dans la sous-section 3.4.2.1.1). Divers types de conditions de rayonnement sont proposées par Abaqus : plan (basique ou amélioré), circulaire, sphérique, elliptique, sphéroïde. Le guide d'utilisateur du logiciel indique que les conditions de rayonnement donnent des solutions exactes si la surface extérieure se trouve à une distance minimale d'une demi-longueur d'onde acoustique de la structure, pour la plus petite fréquence d'intérêt. Toutefois, dans le souci d'éprouver les capacités des logiciels et de ne pas introduire une autre variable dans les paramètres de comparaison, les conclusions de l'étude paramétrique réalisée dans la sous-section 3.4.2.1.1 sont aussi appliquées avec ce logiciel. La durée d'observation est de 1 ms [45]. Le domaine amputé est un milieu fluide parallélépipédique de dimension 0,6 m x 0,75 m x 0,3 m. En résumé, la configuration contient un domaine élastique (le quart de plaque) et un domaine externe fluide amputé dont la frontière, qui est dans le plan de la plaque, est rigide acoustiquement pour simuler le baffle. Le modèle est similaire à celui établi dans COMSOL (cf. sous-section 3.4.2.1.1). Le domaine élastique se trouve dans le coin du domaine fluide qui est centré à l'origine. Des conditions de symétrie sont appliquées par rapport au plan $x = 0$ (déplacement suivant l'axe x nul et rotations autour des axes y et z nulles) et par rapport au plan $y = 0$ (déplacement suivant l'axe y nul et rotations autour des axes x et z nulles). Des conditions aux limites d'appui simple sont appliquées sur les autres bords de la structure, et la condition de non-réflexion acoustique est imposée sur les surfaces externes du domaine externe amputé, à l'exception du plan du baffle. Le domaine structural est excité par une force d'impact ponctuelle dont la forme d'onde est donnée dans la sous-section 3.2.1. La force est appliquée au coin du quart de plaque qui correspond au centre de la plaque entière, et donc à l'origine du repère considéré.

3.4.3.1.2 Définition des maillages

Le domaine élastique et le domaine fluide sont maillés selon la procédure décrite dans la sous-section 3.4.1. La taille latérale des éléments structuraux est de 1,52 cm et celle des éléments acoustiques est de 1,02 cm (c'est-à-dire la longueur approximative d'une arête des éléments hexaédriques ou tétraédriques). La partie structurale est maillée avec des éléments linéaires de coque (éléments S4R à 4 nœuds avec intégration réduite ou S3R à 3 nœuds avec intégration réduite). Le domaine fluide est maillé par des éléments acoustiques linéaires hexaédriques (éléments AC3D8R à 8 nœuds avec intégration réduite) ou tétraédriques (éléments AC3D4 à 4 nœuds). Le maillage avec éléments S4R et AC3D8R correspond à un pas d'incrément de temps automatique de 2,35 μ s. Il contient 139 500 nœuds et 130 980 éléments pour la partie acoustique, et 651 nœuds et 600 éléments pour la partie structurale. Quant au maillage avec des éléments S3R et AC3D4, il contient 96 754 nœuds et 533 557 éléments pour la partie acoustique,

et 651 nœuds et 1 200 éléments pour la partie structurale, avec un pas d'incrémentation temporelle automatique de 1,66 μs .

3.4.3.1.3 Choix du solveur

Comme indiqué au début de la sous-section 3.4.3, c'est le solveur du module Abaqus/Explicit qui est choisi pour la résolution. Vu qu'il est conditionnellement stable (algorithme explicite), il n'était pas toujours possible de fixer manuellement le pas d'incrémentation temporelle à une valeur donnée. Ainsi, pour le maillage régulier, le solveur détecte une instabilité dans le calcul si le pas est fixé manuellement à 5 μs (comme ce qui est fait avec les autres logiciels). Il faut prendre une valeur inférieure à 2,5 μs pour éliminer l'instabilité et, dans ce cas, les résultats obtenus sont identiques à ceux que donne le logiciel pour une incrémentation automatique. Les pas d'intégration choisis ont été précisés dans la sous-section précédente.

3.4.3.2 Cas de la sphère excitée par une onde plane impulsionnelle

3.4.3.2.1 Définition de la géométrie du problème, des domaines associés, des conditions aux limites et des excitations

Étant donné les symétries, seulement un quart du problème a été modélisé. En conséquence, des conditions de symétrie sont appliquées sur les deux bords du quart de sphère : symétrie par rapport au plan $x=0$ (déplacement suivant l'axe x nul et rotations autour des axes y et z nulles) et symétrie par rapport au plan $y=0$ (déplacement suivant l'axe y nul et rotations autour des axes x et z nulles). Dans la configuration étudiée, la sphère baigne dans un fluide externe infini. Comme pour la plaque, les conclusions de l'étude paramétrique réalisée dans la sous-section 3.4.2.2.1 sont aussi appliquées avec ce logiciel. C'est-à-dire que le milieu externe est réduit en un domaine parallélépipédique dont les faces sont situées à une distance du centre du repère égale à trois fois le rayon de la sphère, avec des conditions aux limites de rayonnement d'onde plane. Les caractéristiques de l'excitation sont aussi identiques à ce qui est rapporté dans la sous-section 3.4.2.2.1. La Figure 18 illustre le modèle géométrique de la sphère et du domaine amputé.

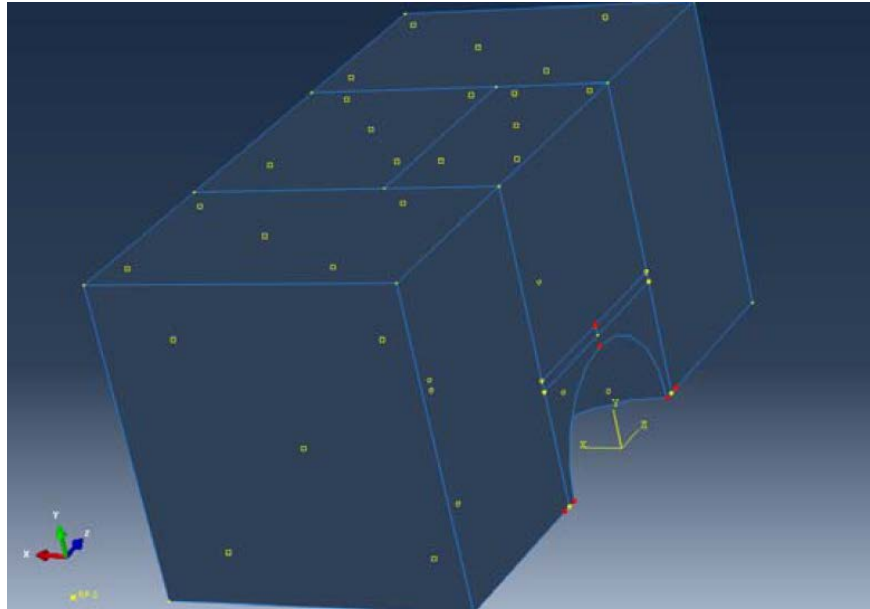


Figure 18 : Géométries du quart de sphère et du milieu fluide environnant dans l'interface Abaqus/CAE.

3.4.3.2.2 Définition des maillages

La procédure décrite dans la sous-section 3.4.1 est suivie pour mailler la structure et les milieux fluides interne et externe. La partie structurale est maillée avec des éléments linéaires de coque (éléments S4R à 4 nœuds avec intégration réduite) et les milieux fluides sont maillés avec des éléments acoustiques linéaires tétraédriques (éléments AC3D4 à 4 nœuds). Le maillage est fait avec une taille structurale de 5,73 mm et une taille acoustique de 8,5 mm. Il contient alors 94 320 nœuds et 113 072 éléments pour la partie acoustique, et 1 155 nœuds et 1 099 éléments pour la partie structurale. Pour ce maillage (dit régulier), le logiciel a attribué un pas d'incrémention temporelle automatique de 1,82 μs . Un maillage plus raffiné a aussi été considéré pour vérifier la convergence; il est fait avec une taille structurale de 2,5 mm et une taille acoustique de 4 mm. Il contient 881 283 nœuds et 1 038 799 éléments pour la partie acoustique, et 6 280 nœuds et 5 976 éléments pour la partie structurale. Le pas d'incrémention temporelle automatique attribué par le logiciel vaut alors 0,61 μs .

3.4.3.2.3 Choix du solveur

À nouveau, le problème est résolu avec le solveur du module Abaqus/Explicit.

3.4.4 Logiciel Virtual.Lab

Le logiciel Virtual.Lab [109], [110] est une suite intégrée de solutions de modélisation 3D par éléments finis et multicorps qui simule et optimise les performances des systèmes mécaniques dans divers domaines tels que l'intégrité des structures, l'acoustique et les vibrations, la dynamique des systèmes et la durabilité. La suite consacrée à la résolution de problèmes

d'acoustique et devibrations comporte un module Time Domain Boundary Element Method (TD-BEM) [111] qui est utilisé pour résoudre les problèmes qui nous intéressent ici. L'approche est basée sur une méthode par éléments finis pour la structure et une méthode d'éléments de frontière pour les fluides (externe et interne). Le fluide externe n'est donc pas amputé et maillé de façon volumique ici, mais c'est plutôt l'interface entre la structure et ce fluide externe qui est maillée de façon surfacique. De même, c'est la frontière du fluide interne qui est maillée de façon surfacique. Il n'y a donc pas d'effet d'amputation du domaine externe, à la différence de COMSOL et d'Abaqus puisque la condition qui permet aux ondes acoustiques de se propager indéfiniment à l'infini est prise en compte directement par la méthode des éléments de frontière. À l'époque où la version commerciale du module a été testée, seul le calcul de la réponse vibroacoustique transitoire non couplée²⁴ d'une structure excitée mécaniquement était disponible. Le problème couplé de la sphère excitée par une onde acoustique impulsionnelle ne pouvait donc être envisagé. Par contre, une version non commerciale du module permettant de résoudre ce type de problème était disponible auprès des chercheurs qui ont développé ce module. En contactant ces chercheurs, les calculs ont ainsi pu être effectués à l'École polytechnique de Palaiseau (France).

La définition d'un modèle se fait par le biais du gestionnaire d'analyse, une arborescence qui offre un aperçu complet du modèle et permet d'accéder à toutes les fonctionnalités (géométrie, maillage, propriétés, matériaux, conditions aux limites, cas de charge, cas d'études, post-traitement et visualisations) (Figure 19).

²⁴ Il s'agit de la réponse calculée en supposant que la structure vibre dans le vide et en utilisant le champ vibratoire résultant comme condition aux limites pour calculer la pression acoustique rayonnée. On néglige donc les effets dynamique et d'amortissement du fluide sur les vibrations de la structure.

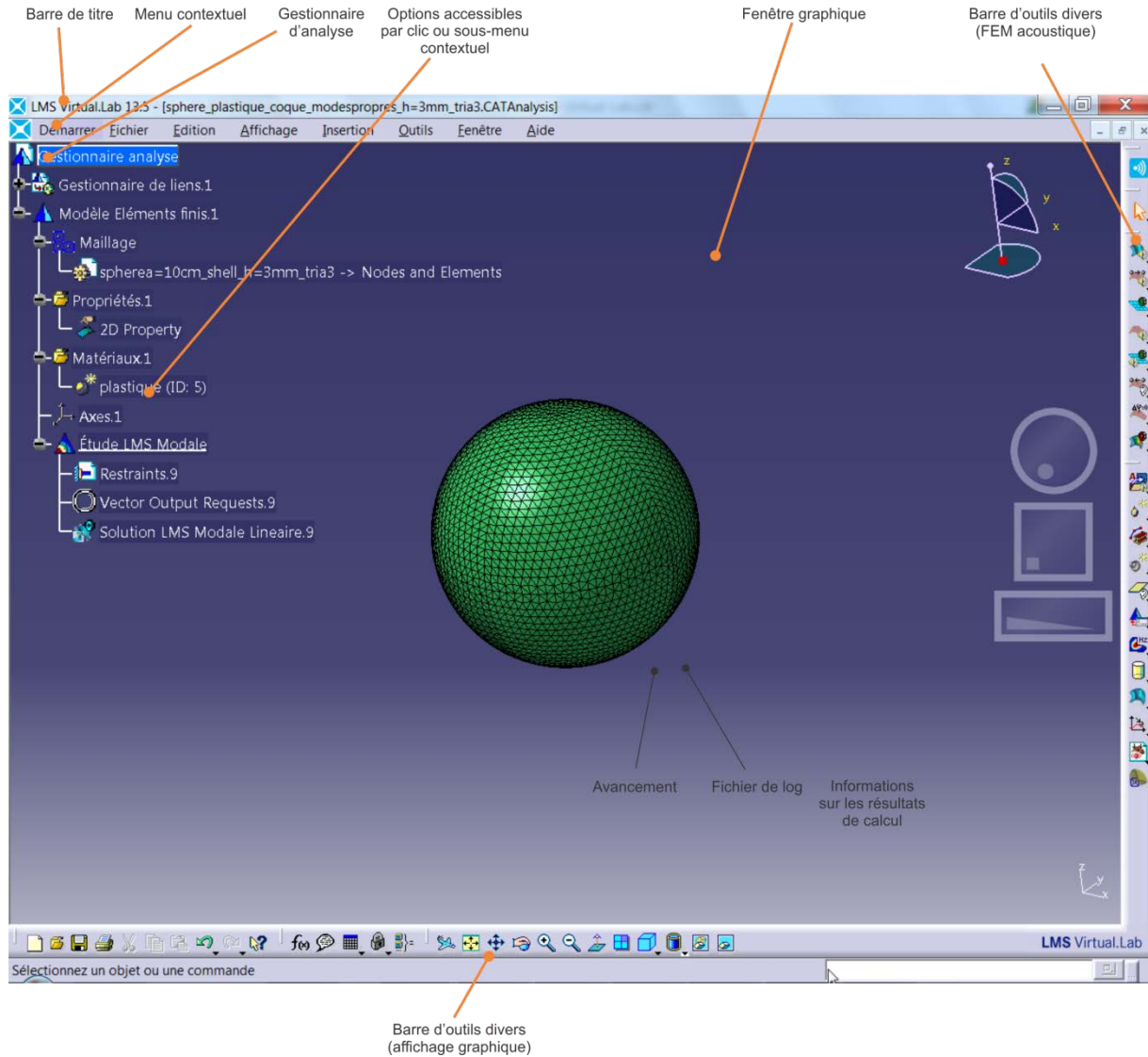


Figure 19 : Illustration des composants de l'interface graphique de Virtual.Lab.

Les étapes générales de modélisation dans la version commerciale du logiciel se résument aux points suivants :

- Définition du type d'analyse

Il s'agit de sélectionner le type d'analyse du problème, en l'occurrence ici le module TD-BEM (Acoustic Transient BEM - acoustique dans le domaine temporel à l'aide d'une méthode d'éléments finis de frontière). D'autres types d'analyse comme le calcul des modes propres ou de la réponse fréquentielle d'un problème vibroacoustique sont également disponibles.

- Définition de la géométrie du problème

Le logiciel dispose de fonctions de création et d'édition géométriques très puissantes basées sur le logiciel CATIA. Il offre également des fonctionnalités avancées grâce à un module d'importation géométrique qui permet de travailler avec des géométries

existantes conçues dans d'autres logiciels de conception. Cette étape peut être évitée en important directement les maillages d'éléments finis associés aux géométries considérées, les maillages étant réalisés par un logiciel tiers.

- Définition du maillage

Le logiciel propose des outils de maillage automatique et semi-automatique 1D, 2D, et 3D dont les paramètres sont contrôlés par l'utilisateur. Il dispose d'éléments finis 3D de formes tétraédrique, prismatique ou hexaédrique et 2D de forme triangulaire ou quadrangle, et d'ordres variés (linéaires, quadratiques, etc.). Il offre également des fonctions d'importation de maillages dans des formats multiples. Notons qu'on doit construire ou importer un maillage d'éléments finis pour la structure ainsi que des maillages surfaciques acoustiques (*boundary elements*) pour les frontières entre la structure et les fluides choisis.

- Définition des propriétés

Une propriété fait référence au type de l'élément fini (élément de frontière 2D, élément de coque 2D pour la structure, élément acoustique tétraédrique). La propriété combine le matériau de l'élément et son épaisseur dans le cas d'un élément de coque, et elle prend en compte simplement le matériau pour les éléments de frontière. La propriété est associée à un maillage. Pour l'exemple de la sphère élastique, il y a une propriété fluide 2D pour le fluide interne, une propriété mécanique de coque pour la coque sphérique élastique et une propriété 2D pour le fluide externe. Dans le module TD-BEM, il est possible d'ajouter des propriétés fluides 2D de type BEM ou de type impédance acoustique. Les autres propriétés sont créées lors de l'import de maillages ou par le module de maillage de Virtual.Lab.

- Définition des matériaux fluides

C'est à cette étape que les propriétés du fluide externe (supposé parfait, masse volumique, célérité du son) sont définies. Dans le module TD-BEM, seuls des matériaux fluides peuvent être ajoutés, les matériaux de la structure et des cavités fluides qui y sont couplées étant supposés avoir été définis lors de l'import de maillages ou par le module de maillage de Virtual.Lab.

- Définition des conditions aux limites

Les conditions aux limites éventuelles sur la structure sont associées au maillage structural qui a été importé ou créé par le module de maillage de Virtual.Lab. Les conditions aux limites du fluide externe sont de type déplacement normal imposé. Ce déplacement peut provenir d'une étude vibratoire antérieure ou peut être directement défini dans l'onglet « Conditions aux limites acoustiques et sources ».

- Définition des excitations

Des excitations mécaniques de type force nodale ou déplacements nodaux imposés peuvent être appliquées sur des nœuds de la structure. Des sources acoustiques de type onde plane ou monopole peuvent également être ajoutées au fluide externe.

- Définition des interfaces de couplage

Dans cette étape, il faut spécifier les parties du maillage de la structure couplées avec le maillage surfacique des fluides interne et externe.

- Définition du cas de réponse et de l'algorithme de résolution

Dans Virtual.Lab, la résolution du problème dans le domaine temporel est nécessairement effectuée en coordonnées modales pour la structure et en coordonnées physiques pour la partie acoustique. Le solveur nécessite donc de connaître les modes de la structure puisque le système à résoudre est projeté sur cette base modale. Cette opération peut se faire à l'intérieur de Virtual.Lab en créant un cas d'analyse modale et en sélectionnant le maillage structural et la fréquence maximale pour calculer les modes. Alternativement, les modes peuvent être calculés dans un autre logiciel, puis importés. La définition d'un cas de réponse forcée vibroacoustique se fait en sélectionnant les modes structuraux utilisés dans le calcul de la réponse, l'excitation et les interfaces de couplage. Les points de l'espace où sont calculées les réponses temporelles sont également définis à cette étape. Le système, obtenu à partir de la méthode des potentiels retardés [111], est résolu avec un algorithme direct parallélisé de matrice creuse (PARDISO).

- Post-traitement et exportation des résultats

Le logiciel offre un certain nombre de fonctionnalités pour visualiser des graphiques dont les histoires temporelles en un point donné, des tracés de variables sur des surfaces, en coupe, en isosurface. Le logiciel propose également toute une gamme d'outils de post-traitement pour l'évaluation et l'intégration. Les résultats peuvent être exportés dans de multiples formats (par ex. Excel).

Il est important de noter que dans le module TD-BEM, les baffles ne sont pas pris en charge au regard de la formulation. Actuellement, il n'y a pas d'éléments quadratiques pour le fluide et le couplage fluide-structure est géré seulement pour des éléments structuraux bidimensionnels de type coque (pas d'éléments volumiques 3D).

Il n'a pas été possible d'obtenir des résultats en adéquation avec la solution de référence pour le problème de la plaque excitée par une force d'impact transitoire, que ce soit pour le déplacement ou la pression acoustique, aussi il n'y aura pas de comparaison associée dans la section 4. Pour le cas de la sphère excitée par une onde plane impulsionnelle, les maillages structuraux et fluides ont été effectués par un logiciel tiers (FEMAP 10.2 © Siemens) et importés dans Virtual.Lab. Virtual.Lab n'offrant qu'un solveur unique (PARDISO) pour résoudre le problème, la sous-section suivante se limite à préciser quelles sont les caractéristiques des maillages structuraux et fluides.

3.4.4.1 Cas de la sphère excitée par une onde plane impulsionnelle

3.4.4.1.1 Définition de la géométrie du problème et des excitations

Le module TD-BEM de Virtual.Lab n'autorise pas les antisymétries et la superposition (cf. sous-section 3.3.2.1), aussi la totalité de la sphère est modélisée. Du fait que ce module repose sur la méthode des éléments de frontière, toute l'information de l'interaction entre le fluide externe et la structure est contenue dans l'interface entre ces deux milieux, et il n'est donc pas nécessaire de créer un domaine fluide autour de la sphère. L'onde plane excitatrice est définie par son vecteur d'onde et son origine, et sa forme d'onde correspond à celle du pulse gaussien décrit dans la sous-section 3.2.2.

3.4.4.1.2 Définition des maillages

Chaque domaine (plaque, interface entre fluides interne/externe et plaque) est maillé selon la procédure décrite dans la sous-section 3.4.1 avec des éléments de coque pour la partie structurale et des triangles à 3 nœuds pour l'interface fluide-structure. Un CFL égal à 0,2 a été utilisé. La Figure 20 montre le maillage structural utilisé pour un pas de temps d'intégration de 3,06 μ s. Le maillage comporte 5 384 triangles pour la structure et 2 694 nœuds. Deux cent quatre-vingt-trois (283) modes de structures correspondant à une fréquence maximale de 5 485 Hz sont retenus dans le calcul. Pour le maillage acoustique, 23 232 triangles et 11 618 degrés de liberté sont utilisés.

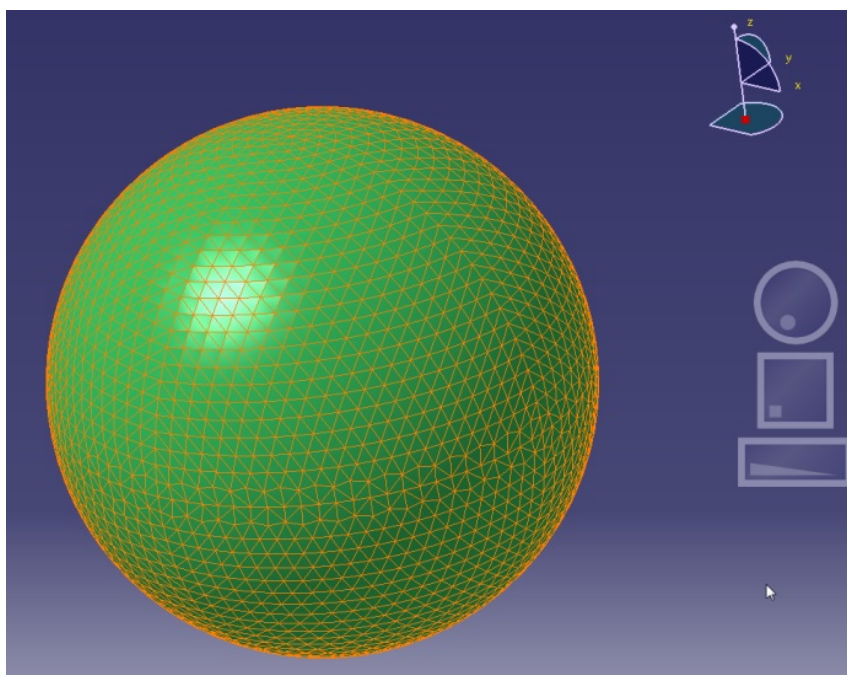


Figure 20 : Maillage structural utilisé par Virtual.Lab pour un pas de temps d'intégration de 3,06 μ s.

3.5 Critères d'évaluation des modules de résolution dans le domaine temporel des logiciels

L'évaluation des modules de résolution dans le domaine temporel des logiciels par rapport aux problématiques considérées dans cette étude est faite selon les critères suivants [44], [99], [112] :

- Pertinence et performance (pertinence des logiciels relative aux cas de référence; convergence; capacité des logiciels à reproduire les résultats de référence)
- Documentation (disponibilité de guides d'utilisateurs, d'exemples, de tutoriels; clarté et pertinence)
- Assistance technique (disponibilité)
- Convivialité de l'interface graphique (polyvalence; flexibilité; facilité de prise en main et d'utilisation)
- Procédure d'élaboration des modèles d'éléments finis (outils de géométrie et de maillage; outils d'importation de modèle; autonomie de modélisation; variété de types d'éléments; tailles des maillages)
- Exigences informatiques (espace mémoire requis par les calculs)
- Temps de calcul (durée des calculs; options de parallélisation des calculs)
- Options de post-traitement (outils de visualisation et d'exportation des résultats)
- Évolutivité et potentialité (capacité du logiciel à traiter des problématiques complexes réelles de bruit et de vibrations en SST)

Certains critères comme le prix, le type de licence associé, la facilité d'installation, la fréquence des mises à jour n'ont pas été jugés pertinents pour les besoins de l'étude. Rappelons que l'objectif est de voir si les logiciels testés sont capables de traiter les deux problématiques considérées dans cette étude. Ainsi, pour chaque critère, l'étude se limite à mettre en avant les principales différences d'un produit à l'autre, le tout sous forme d'avantages ou d'inconvénients.

4. RÉSULTATS ET DISCUSSION

4.1 Résultats numériques

Le principal critère pour la comparaison des logiciels est leur capacité à reproduire les solutions de référence. Cette sous-section présente les résultats des comparaisons pour les deux configurations étudiées, à savoir la plaque excitée par une force d'impact transitoire et la demi-sphère excitée par une onde plane impulsionnelle. Rappelons que les logiciels testés sont : COMSOL/Multiphysics 5.2 module Transient, Virtual.Lab 13.2 module TD-BEM et Abaqus/CAE & Explicit version 6.14.

Pour le logiciel COMSOL, les calculs ont été réalisés par un ordinateur personnel (PC) doté de 128 Go de mémoire vive et d'un processeur Xeon E5-2650v2, 4 cœurs et 2,7 GHz de fréquence de base. Pour le logiciel Virtual.Lab, le PC de 64 Go de mémoire vive était équipé du processeur Intel Core i7-3930K, 6 cœurs et 3,2 GHz de fréquence de base. Enfin pour Abaqus, les calculs ont été faits avec un PC de 16 Go de mémoire vive et doté du processeur Intel Core i7-4800MQ, 4 cœurs et 2,7 GHz de fréquence de base. Les calculs des solutions de référence ont été effectués avec un PC doté de 32 Go de mémoire vive et équipé d'un processeur Intel Core i7 3720QM, 4 cœurs et 2,6 GHz de fréquence de base.

Les calculs ont été faits dans la mesure du possible en coordonnées physiques. Ultérieurement, il serait intéressant de pouvoir traiter des problèmes avec traitement viscoélastique pour lesquels les approches modales ne sont pas efficaces. Un seul logiciel (Virtual.Lab) utilise les coordonnées modales pour la partie structurale et n'offre pas la possibilité de résoudre l'ensemble du problème en coordonnées physiques. L'utilisation de coordonnées modales nécessite de résoudre un problème aux valeurs propres afin de déterminer les modes de la structure *in vacuo*. Ces modes sont ensuite utilisés pour projeter le système final, ce qui permet de diminuer le nombre de degrés de liberté du système et donc le temps de calcul pour la résolution du problème forcé. Les résultats obtenus avec ce logiciel sont tout de même considérés pour juger de la qualité numérique de la solution obtenue. Les ressources informatiques et les temps de calcul associés sont fournis à titre indicatif et discutés dans la sous-section 4.2.

4.1.1 Réponse vibroacoustique d'une plaque excitée par une force d'impact transitoire

La configuration étudiée est celle décrite dans la sous-section 3.3.1.5. L'étude s'intéresse au déplacement normal à la plaque et à la pression acoustique rayonnée calculée en deux points de la plaque et de l'espace externe (Figure 21). Par la suite, les paramètres des modèles spécifiés dans les sous-sections 3.4.2.1 et 3.4.3.1 ont été utilisés. Les solutions de référence obtenues par les trois approches décrites dans la sous-section 3.3.1 sont tout d'abord comparées. Ensuite, les comparaisons entre la solution de référence et les résultats des logiciels sont illustrées.

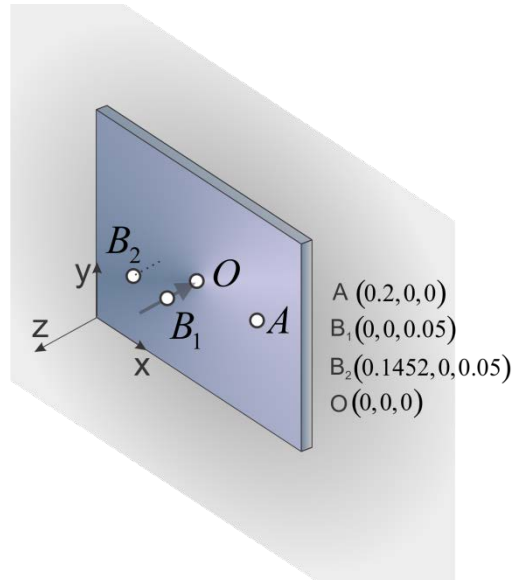


Figure 21 : Description des points de calcul du cas de la plaque.

4.1.1.1 Comparaison des approches pour l'obtention de la solution de référence

Les trois approches de calcul de la solution de référence sont comparées pour les déplacements des deux points *O* et *A* et les pressions acoustiques aux points *B*₁ et *B*₂ (Figure 22). Les paramètres utilisés dans les calculs figurent au Tableau 3.

Tableau 3 – Paramètres utilisés dans les trois approches de référence du cas de la plaque

	Semi-analytique domaine temporel simplifiée [45]	Semi-analytique domaine temporel (Newmark)	Semi-analytique domaine fréquentiel FFT inverse + convolution
Pas de temps (Δt) (s)	5e-6	5e-6	5e-6
Nombre de points de calcul	166	166	8 388 608 ²⁵
Maillage surfacique pour calcul du rayonnement	90 x 100	60 x 90	60 x 90
Nombre de modes structuraux	2 401	1 295	1 295
Temps de calcul (s)	180	35	40 800

Pour les déplacements, un excellent accord entre les trois approches est constaté. Pour la pression acoustique, le début du signal est bien capté; par contre, des différences importantes apparaissent entre la solution semi-analytique simplifiée et les autres approches. Il faut rappeler que dans l'approche semi-analytique simplifiée, c'est une hypothèse de plaque circulaire qui est utilisée

²⁵ Cela correspond à une fréquence d'échantillonnage de 119 kHz et une fréquence maximale de calcul de 59,39 kHz.

dans l'application de l'intégrale de surface de Rayleigh. La surface réellement prise en compte dans le calcul est donc limitée par la plus petite des dimensions de la plaque, ce qui peut expliquer la divergence de cette approche par rapport aux deux autres solutions. Par la suite, la solution semi-analytique dans le domaine temporel non simplifiée est retenue comme solution de référence.

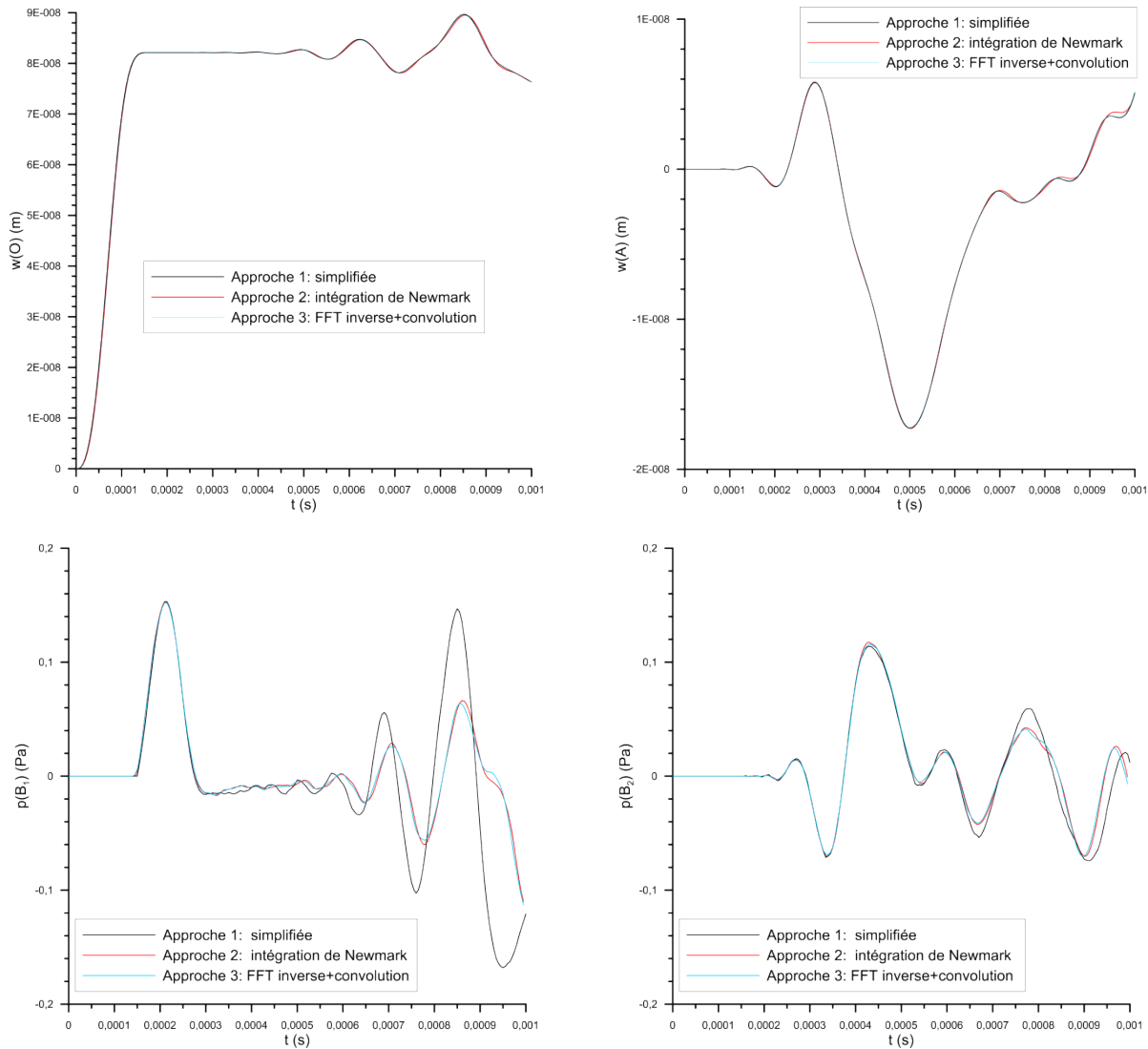


Figure 22 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la plaque élastique excitée par une force d'impact : comparaison entre les trois approches de calcul.

4.1.1.2 Comparaison des résultats des logiciels avec la solution de référence

La Figure 23 illustre les comparaisons entre la solution de référence et les résultats issus des logiciels COMSOL et Abaqus. Pour les déplacements ainsi que les pressions acoustiques, les résultats de COMSOL et d'Abaqus sont similaires. Les résultats concordent avec la solution de référence, en particulier jusqu'à 0,6 ms. Les différences observées au-delà de 0,6 ms quoiqu'acceptables, peuvent provenir du fait que : (i) COMSOL et Abaqus résolvent le problème couplé alors que la solution de référence est obtenue pour le problème non couplé; (ii) COMSOL et Abaqus approximent le rayonnement à l'infini par des conditions aux limites d'absorption alors que dans la référence la formulation tient compte du fait que le fluide externe est semi-infini; (iii) les dimensions de la face dans le plan de la plaque du domaine amputé utilisé dans COMSOL et Abaqus ne sont pas assez larges pour que la face soit assimilée à un baffle infini.

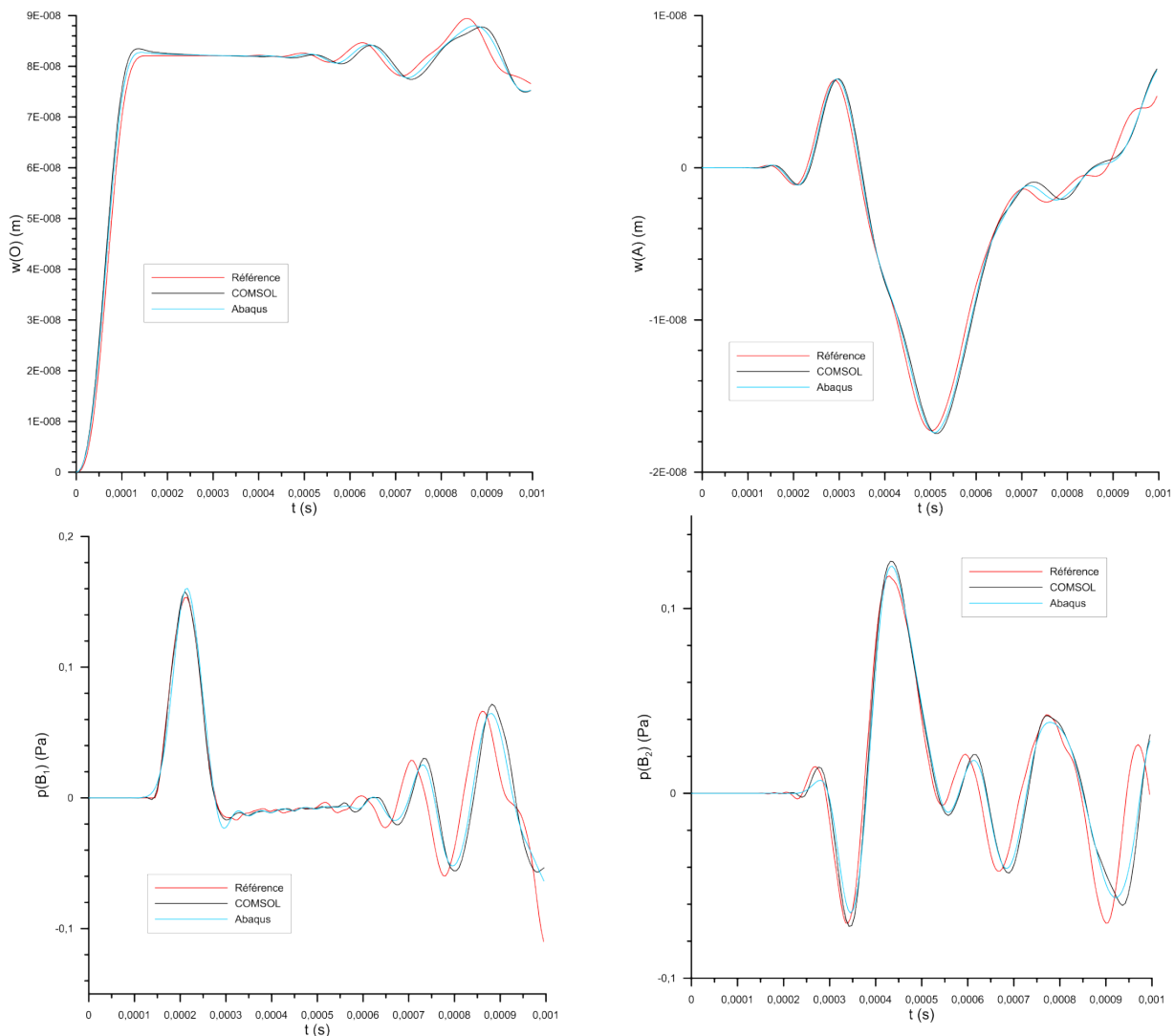


Figure 23 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la plaque bafflée excitée par une force d'impact: comparaison entre les résultats fournis par deux logiciels et par la solution de référence.

4.1.2 Réponse acoustique d'une demi-sphère excitée par une onde plane impulsionnelle

La configuration étudiée est celle décrite dans la sous-section 3.3.2.4. L'étude s'intéresse à la pression acoustique calculée en plusieurs points de l'espace externe et interne (Figure 24). Dans la réalité, la pression acoustique à l'extérieur et à l'intérieur de la demi-sphère correspondrait respectivement à la pression acoustique à l'extérieur du protecteur et sous le protecteur. La pression intérieure est une des variables qui permet d'évaluer l'atténuation du protecteur. Il est également intéressant de connaître la pression à l'extérieur du protecteur, notamment dans l'optique d'optimiser la position du microphone extérieur dans le cadre du développement de méthodes de mesure d'atténuation de protecteurs *in situ* basées sur l'évaluation du NR (Noise Reduction = différence des niveaux sonores extérieur et intérieur).

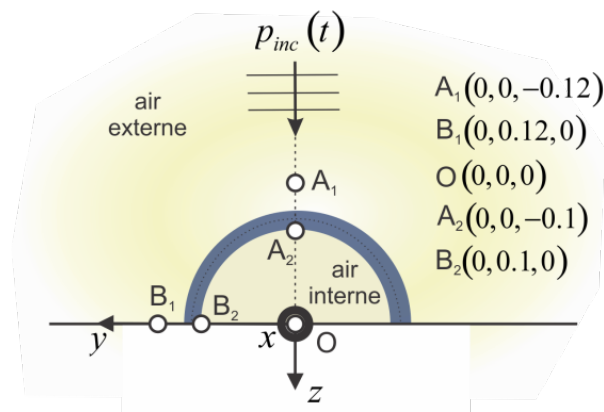


Figure 24 : Description des points de calcul du cas de la demi-sphère.

Par la suite, les paramètres des modèles spécifiés dans les sous-sections 3.4.2.2, 3.4.4.1 et 3.4.3.2 ont été utilisés. Les réponses temporelles sont montrées en fonction d'un temps adimensionnel T obtenu en normalisant le temps par le temps de transit $t_{tran} = \frac{a}{c}$ ($T = t / t_{tran}$). Les solutions de référence obtenues par l'approche dans le domaine fréquentiel et celle dans le domaine de Laplace sont tout d'abord comparées. Ensuite, l'étude illustre les comparaisons entre la solution de référence et les résultats des logiciels pour une demi-sphère rigide acoustiquement (pas de vibrations de la structure) et une demi-sphère élastique (prise en compte des vibrations de la structure). D'un point de vue physique, la comparaison entre ces deux configurations permet de voir l'effet des vibrations de la sphère sur la pression acoustique externe.

4.1.2.1 Comparaison des approches dans le domaine fréquentiel et dans le domaine de Laplace pour l'obtention de la solution de référence

Les deux approches de calcul de la solution de référence sont comparées pour les cinq points de la Figure 24, pour la demi-sphère élastique dans le cas de l'excitation par le pulse gaussien et la fonction de Heaviside régularisée. Un excellent accord entre les deux approches (Figure 25 et Figure 26) est constaté.

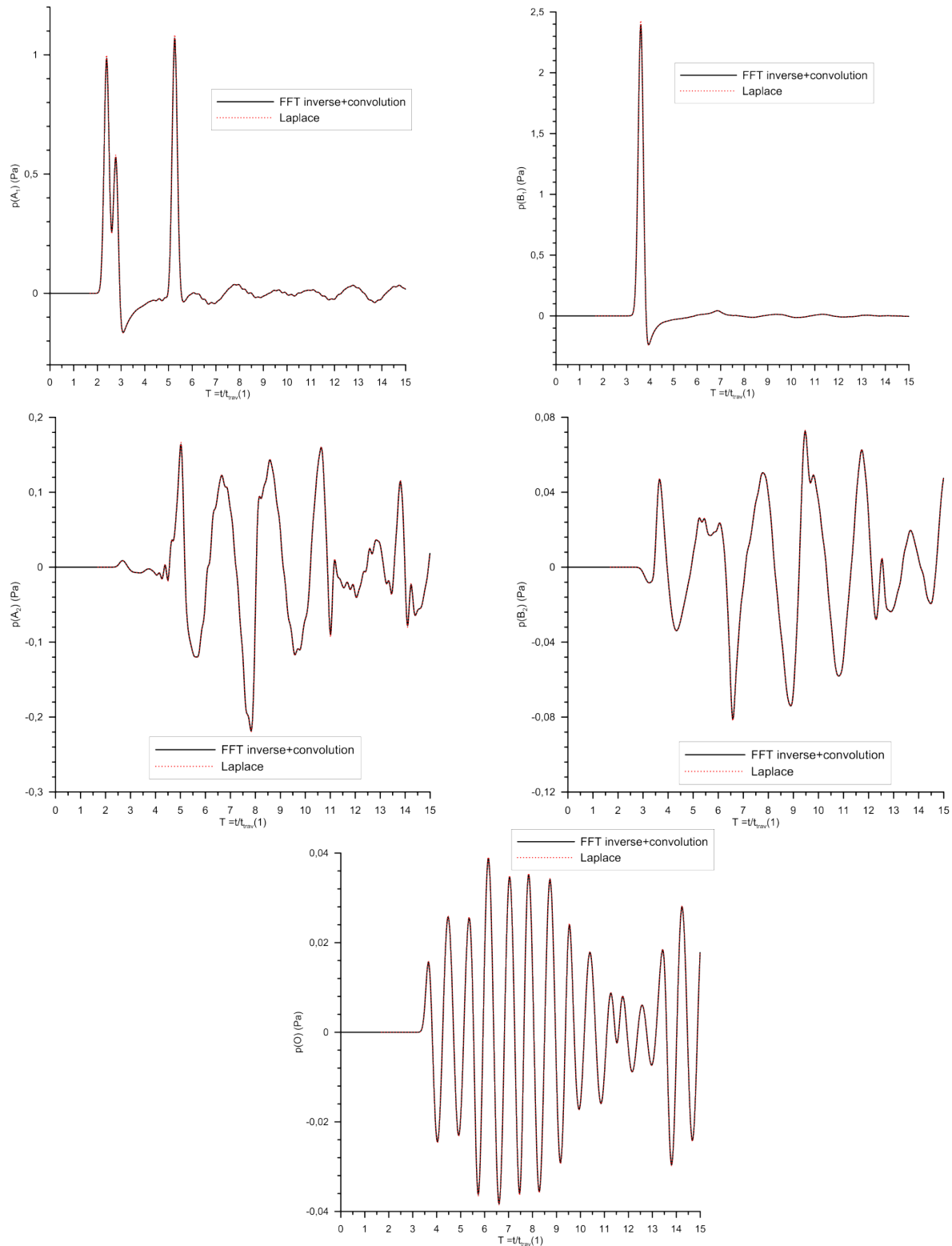


Figure 25 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la demi-sphère élastique excitée par le pulse gaussien: comparaison entre les méthodes de calcul dans le domaine fréquentiel et le domaine de Laplace.

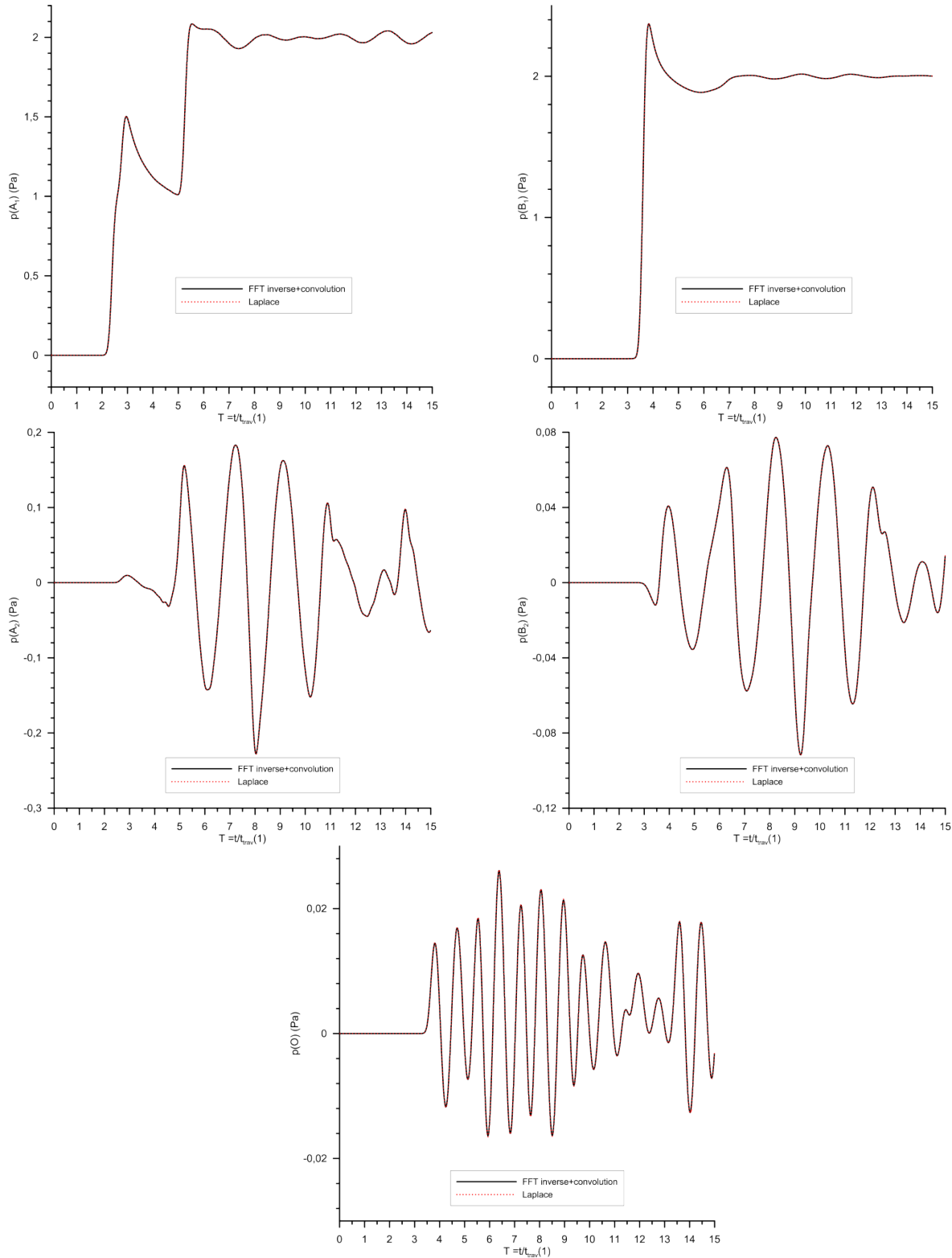


Figure 26 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la demi-sphère élastique excitée par la fonction de Heaviside régularisée: comparaison entre les méthodes de calcul dans le domaine fréquentiel et le domaine de Laplace.

Chacune des deux approches a ses avantages et inconvénients. Pour le problème considéré, l'approche fréquentielle permet de parvenir beaucoup plus rapidement à la réponse temporelle que l'approche dans le domaine de Laplace, et ce, sur une durée²⁶ très longue. De plus, la réponse impulsionnelle est obtenue une fois pour toutes à partir de la réponse fréquentielle et il suffit de convoluer la première avec n'importe quel signal excitateur pour obtenir la réponse temporelle recherchée, ce qui est très rapide.

Avec l'approche dans le domaine de Laplace, le problème doit être résolu à chaque fois qu'on change d'excitation. Par contre, la réponse peut être calculée avec un pas de temps très petit. Pour l'approche dans le domaine fréquentiel, le pas de temps est directement lié à la fréquence d'échantillonnage. Un pas de temps petit exige une grande fréquence d'échantillonnage et il est alors nécessaire de faire les calculs jusqu'à une fréquence maximale élevée. Si le système est peu amorti, un pas en fréquence très fin doit être choisi, tandis que pour couvrir la gamme de fréquences de calcul, un grand nombre de points de calcul devra être considéré. Pour un problème qui ne peut être résolu de façon analytique, mais plutôt par une méthode d'éléments finis, cela peut nécessiter des temps de calcul beaucoup plus importants, même si on passe par une résolution en coordonnées modales. Dans le cas présent, l'approche fréquentielle utilise une fréquence maximale de 88 kHz et 262 144 points de calcul, ce qui correspond à un pas de temps de 5,68 μ s. Le temps de calcul associé (réponse fréquentielle + FFT inverse + convolution) est de l'ordre de grandeur de la minute. L'approche dans le domaine de Laplace utilise un pas de temps de 5 μ s. L'ordre de grandeur du temps de calcul pour la durée de 5 ms est la demi-heure.

4.1.2.2 Comparaison des résultats des logiciels dans le cas d'une demi-sphère élastique

Les Figure 27 et Figure 28 comparent les résultats fournis par les logiciels avec la solution de référence²⁷, pour les deux excitations. Pour la fonction de Heaviside régularisée, les résultats correspondant à Virtual.Lab ont été obtenus par intégration numérique des résultats correspondant au pulse gaussien, alors que pour COMSOL et Abaqus, les réponses ont été calculées en utilisant la fonction de Heaviside régularisée comme signal excitateur.

²⁶ La durée dépend du nombre de points de calcul qui peut être très important dans le cas d'un système peu amorti.

²⁷ C'est l'approche fréquentielle qui est prise comme solution de référence. Mais ses résultats sont identiques à ceux de l'approche dans le domaine de Laplace, pour les problèmes considérés.

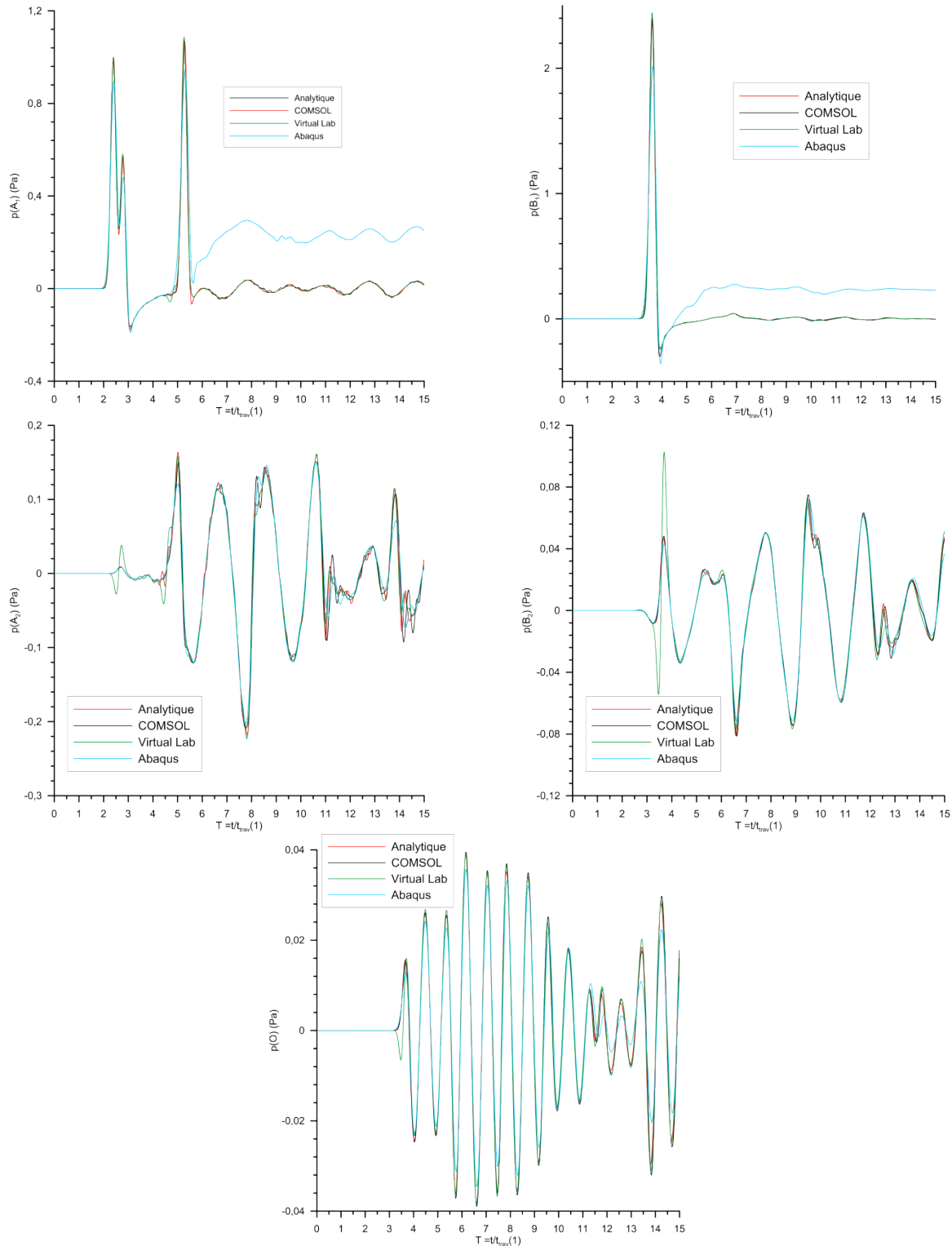


Figure 27 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la demi-sphère élastique excitée par le pulse gaussien: comparaison entre les résultats des différents logiciels et la solution de référence (analytique).

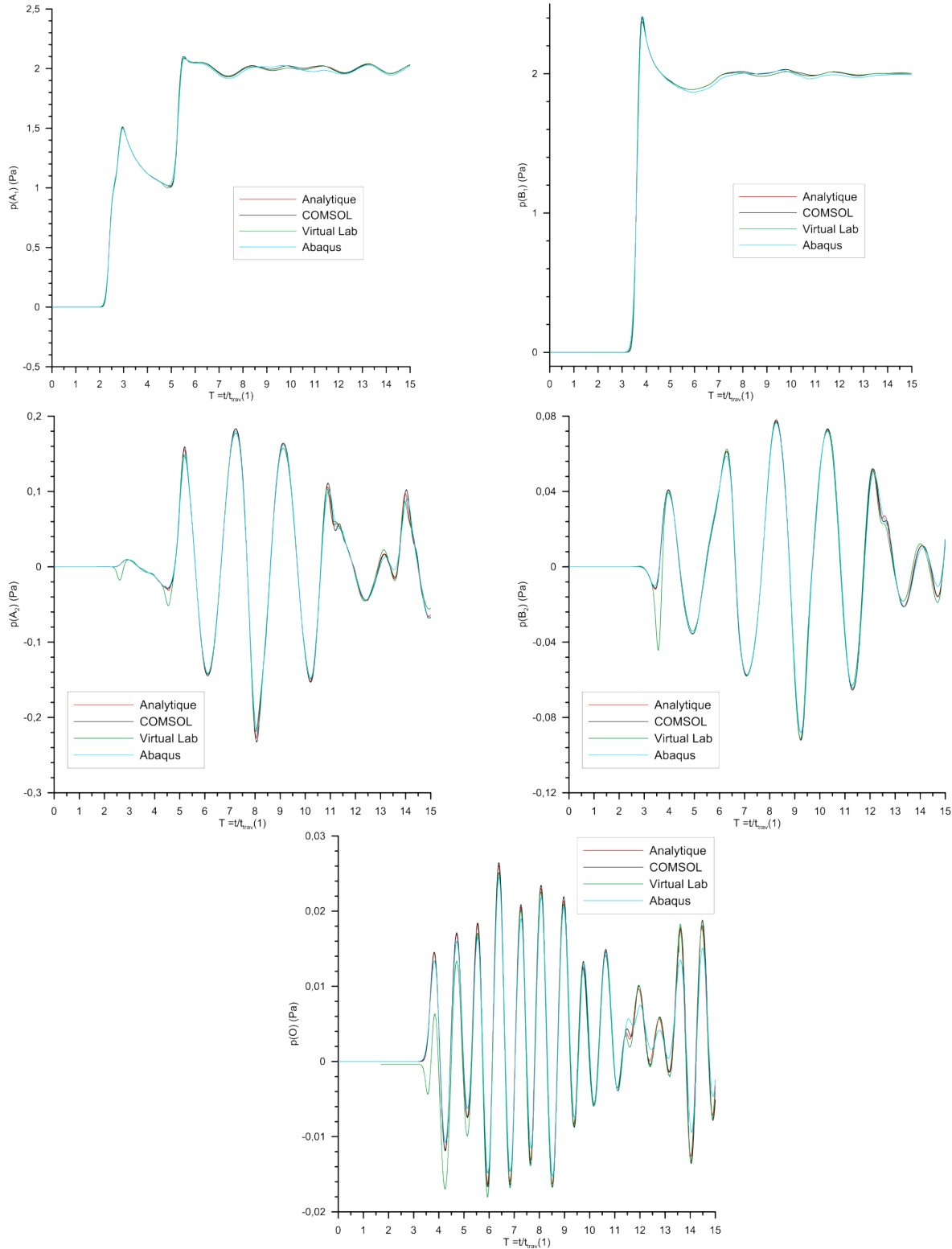


Figure 28 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul pour la demi-sphère élastique excitée par la fonction de Heaviside régularisée: comparaison entre les résultats des différents logiciels et la solution de référence (analytique).

On constate que COMSOL est capable de reproduire la solution de référence, à la fois pour les pressions acoustiques externe et interne, avec des différences très mineures dans certaines zones temporelles. Virtual.Lab fournit également des résultats qui concordent avec la solution de référence, sauf dans certaines zones temporelles pour la pression acoustique interne. Après discussion avec les développeurs du logiciel, ces différences ont été attribuées à un bogue dans le logiciel qui a été identifié à la fin de l'activité. Il se situe, non pas dans le calcul de la solution, mais dans le post-traitement de cette dernière pour obtenir la pression acoustique interne. Pour Abaqus, la pression acoustique intérieure correspond dans l'ensemble à la solution de référence, excepté dans certaines zones temporelles vers la fin de la durée d'observation. Cependant, des différences importantes sont constatées pour la pression acoustique extérieure, principalement pour le pulse gaussien, après les pics observés dans le signal. Pour la fonction de Heaviside, ces différences sont très atténuées. Il n'a pas été possible²⁸ de déterminer si ces divergences étaient dues à un problème de calcul dans le logiciel ou plutôt à une étape qui aurait été mal complétée dans la modélisation.

Les résultats dans le cas de la demi-sphère rigide entre la solution de référence et COMSOL ont été comparés pour les deux excitations (Figure 29 et Figure 30). Virtual.Lab fournit une solution identique à la solution de référence, mais les mêmes précédents problèmes pour Abaqus apparaissent, en particulier pour le pulse gaussien. Dans cette configuration, seuls les points externes A_1 et B_1 de la Figure 24 sont considérés. Le cas de la demi-sphère élastique a également été tracé sur la même figure afin de voir l'effet de la vibration de celle-ci.

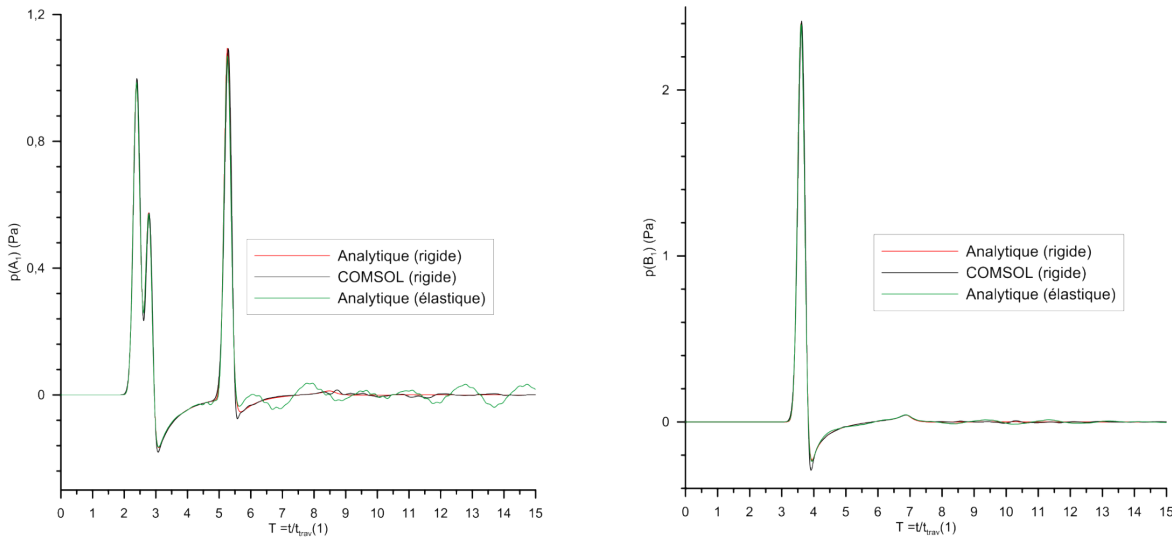


Figure 29 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul A_1 et B_1 pour les demi-sphères rigide et élastique excitées par le pulse gaussien: comparaison entre les résultats de COMSOL et la solution de référence (analytique).

²⁸ Le soutien technique n'était pas disponible pour la version académique du logiciel. Il était alors impossible de s'assurer que toutes les étapes de modélisation ont été réalisées de façon adéquate et optimale.

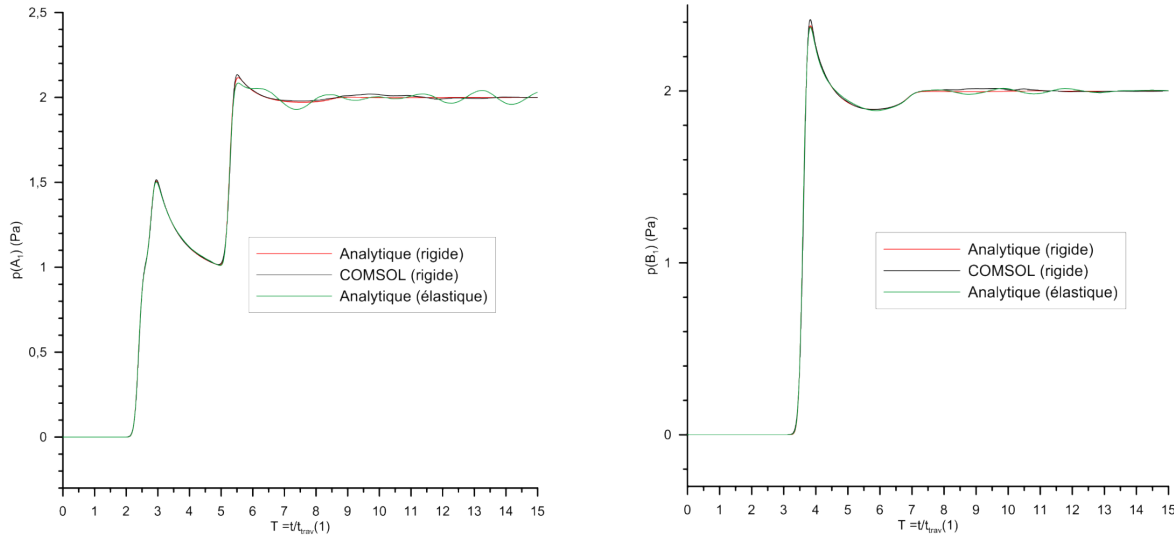


Figure 30 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul A_1 et B_1 pour les demi-sphères rigide et élastique excitées par la fonction de Heaviside régularisée: comparaison entre les résultats de COMSOL et la solution de référence (analytique).

4.1.2.3 Exemple de résultats obtenus avec COMSOL pour une demi-sphère élastique de dimensions représentatives d'une coquille

La Figure 31 compare les résultats de COMSOL et la solution de référence pour les points A_1 , O et A_2 dans le cas de la demi-sphère élastique de rayon 5 cm. Les résultats sont similaires aux autres points de calcul. L'instant $t = 0$ correspond à l'émission du signal sur la face en amont de la sphère en $z = -0,15$ m. Comme pour la sphère d'un rayon de 10 cm, le modèle construit dans COMSOL est capable de bien reproduire la solution de référence.

Il est à noter que d'autres simulations ont été effectuées avec une épaisseur plus petite (1 mm) afin de tester les logiciels avec une densité modale plus grande. Les conclusions sont identiques à celles obtenues avec un cas de 3 mm d'épaisseur.

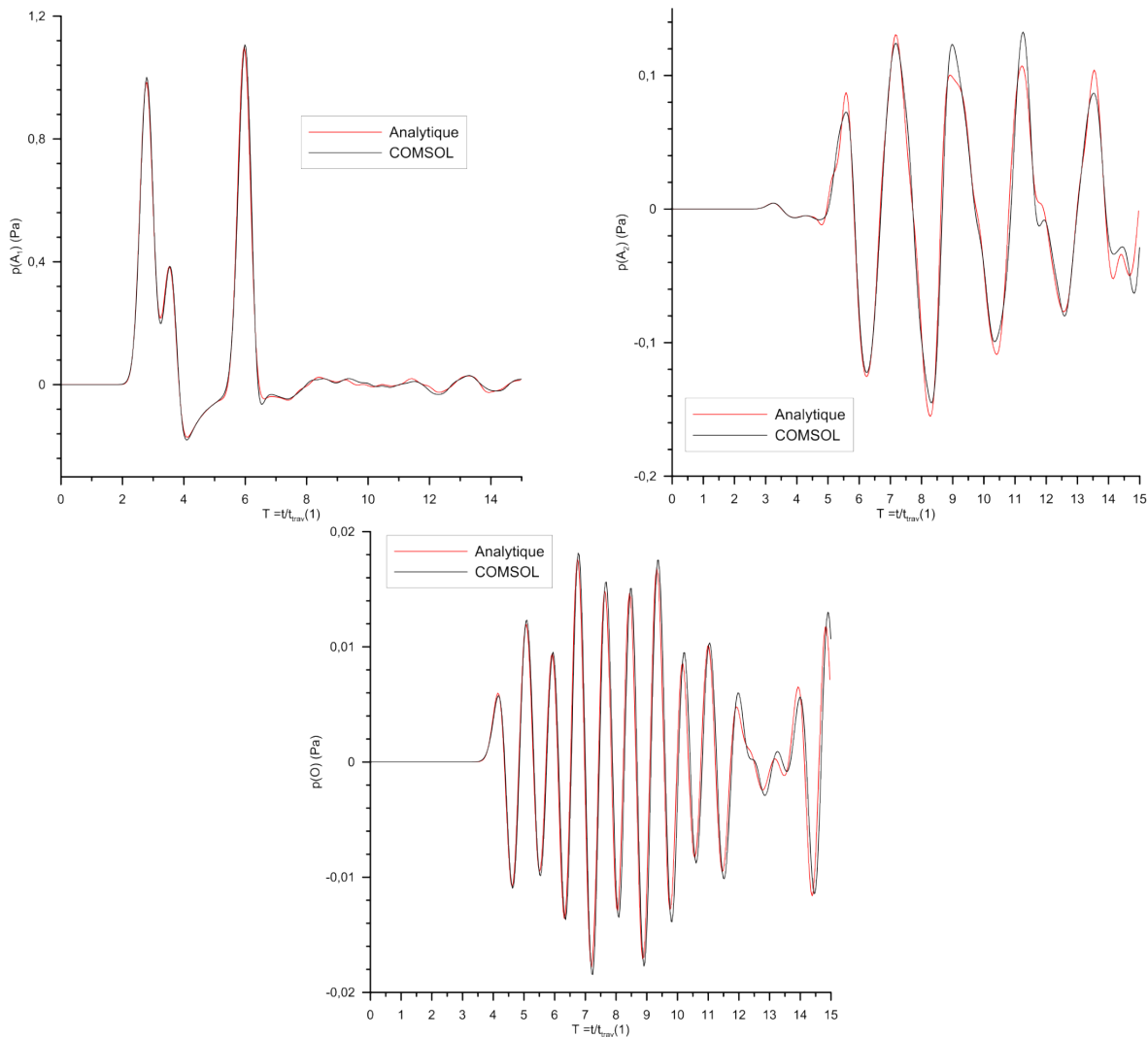


Figure 31 : Réponses temporelles de référence aux points de calcul A_1 , O et A_2 pour la demi-sphère élastique de rayon 5 cm excitée par le pulse gaussien: comparaison entre les résultats fournis par COMSOL et la solution de référence (analytique).

4.2 Évaluation des logiciels utilisés

Les trois logiciels ont été évalués par des chercheurs habitués à manipuler des outils de modélisation par éléments finis dans le domaine de la vibroacoustique, mais principalement dans le domaine fréquentiel. Pour chaque critère (cf. sous-section 3.5), l'évaluation est faite sous forme d'avantages et inconvénients. Rappelons que, dans cette étude, l'évaluation n'est réalisée que dans le contexte des deux problématiques idéalisées et qu'elle est limitée aux modules de résolution dans le domaine temporel et aux versions suivantes des logiciels : COMSOL 5.2 module Transient, Abaqus/CAE & Explicit 6.14 et Virtual.Lab 14.2 module TD-BEM.

4.2.1 Pertinence et performance

La pertinence et la performance sont les critères les plus importants de l'évaluation puisque l'objectif principal de cette étude est de vérifier si les logiciels testés conviennent à une résolution adéquate des deux problématiques retenues.

Les modules de résolution dans le domaine temporel de COMSOL et Abaqus sont adaptés pour résoudre les deux problématiques. Le module TD-BEM de Virtual.Lab est aussi potentiellement convenable, mais la version commerciale testée comporte des limites, ce qui n'a pas permis de compléter adéquatement les tests d'évaluation avec ce logiciel.

Plus spécifiquement, COMSOL a fourni les résultats les plus proches des solutions de référence des problématiques idéalisées. Toutefois, son principal inconvénient est qu'il ne prend pas en compte la gestion de baffle infini.

Abaqus a permis d'obtenir dans l'ensemble des résultats conformes aux solutions de référence. Des divergences ont toutefois été observées pour certains résultats, qui sont peut-être dues à un problème de définition de modèle. La modélisation approximative du baffle infini constitue aussi un inconvénient.

En principe, le module TD-BEM de Virtual.Lab est aussi potentiellement adapté pour résoudre les problématiques considérées, mais l'absence des caractéristiques suivantes dans la version commerciale de ce module a constitué une limite majeure pour apprécier pleinement ses performances : baffle (dans le plan d'une plaque), excitation acoustique et couplage fluide-structure, possibilité de résolution en coordonnées physiques pour la structure.

Rappelons toutefois que le baffle infini est une idéalisation et que, dans une configuration réelle, les dimensions du baffle sont finies; ce point n'est donc pas rédhibitoire.

4.2.2 Documentation

COMSOL offre une documentation générale très riche, accessible en formats HTML et PDF, sous forme de bases théoriques pour les différents modules, de guides d'utilisateur et de nombreux tutoriels. Le nombre de tutoriels relatifs au domaine temporel est toutefois limité. Le logiciel offre une aide contextuelle ainsi que des fonctions de recherche par mots clés dans la documentation. Un [forum de discussion](#) est aussi disponible.

Abaqus publie une documentation très variée en formats HTML et PDF : guides d'utilisation de l'interface CAE et de réalisation des modélisations, guides d'exemples et de benchmarks sur plusieurs types de problèmes, de nombreux tutoriels, des références sur les théories à la base des développements dans le code, ainsi qu'un guide de tests de vérification des diverses options du code. L'interface CAE permet une offre contextuelle durant toutes les étapes et à tous les menus d'une modélisation. Et l'aide en ligne est dotée d'une fonction de recherche efficace. La licence donne aussi accès à une [communauté d'apprentissage en ligne](#) qui inclut un forum de discussion.

Virtual.Lab propose une documentation composée de guides sous forme HTML pour l'utilisation de l'interface graphique et des différents modules d'analyse, avec la disponibilité d'un outil de

recherche. Des tutoriels sont aussi offerts, mais en nombre restreint. La documentation est donc limitée en termes de contenus et de diversité. Un [forum de discussion](#) est aussi disponible, mais il n'est pas très riche actuellement.

4.2.3 Assistance technique

L'assistance technique était disponible en cas de besoin pour le module Transient de COMSOL.

Abaqus n'a offert aucun soutien technique pour son module Explicit. Ce service n'est pas compris dans la licence de la version éducationnelle du logiciel, et cet inconvénient a constitué une limite pour s'assurer que toutes les étapes de modélisations avaient été réalisées correctement.

L'assistance technique obtenue pour le module TD-BEM de Virtual.Lab était très efficace et très appréciée : les développeurs du module de résolution temporel ont apporté une aide considérable qui a permis de pondérer les limites de la version commerciale du code.

4.2.4 Convivialité de l'interface graphique

Les interfaces de COMSOL et d'Abaqus sont bien conçues. Elles offrent des environnements bien organisés et intuitifs, qui favorisent une prise en main et une utilisation faciles et pratiquement autonomes des logiciels. Toutes les étapes de modélisation se font assez aisément. Leur flexibilité et leur polyvalence ont été grandement appréciées.

L'interface de Virtual.Lab est moins intuitive et comporte de nombreuses subtilités. Les chercheurs ont constaté qu'une formation appropriée est nécessaire pour bien maîtriser les fonctions du logiciel.

4.2.5 Procédure d'élaboration des modèles d'éléments finis

Les trois logiciels sont dotés d'outils adéquats pour créer des géométries de formes simples. Pour des géométries de structures plus complexes, ils proposent tous des outils d'importation à partir de logiciels de conception (ANSYS, CATIA, FEMAP, SolidWorks, etc.). Ils disposent aussi de fonctionnalités pour définir les matériaux, les propriétés physiques, les conditions aux limites, les excitations, et pour générer des maillages. Le module TD-BEM de Virtual.Lab ne dispose toutefois pas de librairie élaborée de matériaux prédéfinis et ne propose pas de modèle pour prendre en compte la viscosité dans un fluide, contrairement à COMSOL et à Abaqus. La version commerciale de Virtual.Lab n'offre pas non plus d'excitation acoustique.

COMSOL est celui des trois logiciels qui propose la variété d'éléments finis la plus grande (diverses formes et ordres variés) dans son module temporel. Pour sa part, Abaqus dispose aussi d'éléments de formes et d'ordres variés comme COMSOL, mais le module Explicit est limité à des ordres d'interpolation linéaires. Virtual.Lab gère également de nombreux types d'éléments finis.

4.2.6 Exigences informatiques

COMSOL requiert énormément d'espace mémoire (de 6 à 106 Go dans le cadre de cette étude en fonction de la configuration traitée). Il requiert donc un ordinateur suffisamment puissant pour effectuer les calculs. Les fichiers associés sont également très gros (plusieurs dizaines de Go) du fait que l'ensemble des résultats pour tous les degrés de liberté du maillage est stocké. Un disque dur de capacité conséquente est donc requis.

Abaqus nécessite des ressources informatiques raisonnables : en moyenne, les calculs avec les maillages les plus fins ont été faits avec 1,4 Go d'espace mémoire pour la problématique de la plaque et 2,5 Go pour celle de la sphère. Des ordinateurs dotés d'un espace mémoire limité étaient donc convenables pour effectuer les modélisations.

Virtual.Lab est le logiciel le plus économe en ressources informatiques puisqu'avec la méthode BEM, il n'est pas nécessaire de mailler le fluide externe, mais seulement son interface avec la structure. L'espace mémoire requis en moyenne pour les calculs est très faible parce que la résolution se fait en coordonnées modales pour la structure (il était inférieur à 3 Go dans le cadre de cette étude). La résolution du problème couplé nécessite cependant de résoudre au préalable le problème aux valeurs propres de la structure afin de déterminer ses modes, ce qui peut constituer l'étape la plus consommatrice en mémoire, dépendamment du nombre de degrés de liberté du maillage structural.

4.2.7 Temps de calcul

Il est difficile de comparer objectivement les durées des calculs, car les logiciels n'ont pas été testés sur des plateformes identiques (voir indications au début de la section 4). En effet, il n'a pas été possible d'acquérir la version éducationnelle de COMSOL pour le projet, et c'est donc seulement la licence de l'IRSST qui a pu être utilisée. Aussi, pour le cas de la sphère, les calculs avec Virtual.Lab ont été faits par les développeurs du code sur leur propre ordinateur, à cause des limites de la version commerciale. Un autre point important est que Virtual.Lab utilise une résolution en coordonnées modales pour la structure, contrairement aux deux autres logiciels pour lesquels les calculs ont été faits en coordonnées physiques. De plus, la disparité des formes d'éléments finis des trois logiciels et les méthodologies différentes qu'elles exploitent (BEM par rapport à FEM) ne concourent pas à une comparaison objective. Enfin, les logiciels ne gèrent pas tous de la même façon les ressources de l'ordinateur qui les hébergent (calcul parallèle ou non sur plusieurs cœurs d'un processeur, dépendamment du logiciel). Les durées de calculs associées aux paramètres de maillage et de durée temporelle décrits dans la sous-section 3.4 sont donc fournies ci-après, seulement à titre indicatif.

Les temps de calcul de COMSOL étaient environ de 2 h pour la configuration de la plaque et variaient de 18,5 min à 3,5 h pour ceux de la sphère.

Les calculs effectués avec Abaqus ont duré en moyenne 6 min pour la problématique de la plaque, et 20 min pour celle de la sphère.

Virtual.Lab offre des temps de calculs très faibles pour la résolution du problème dans le domaine temporel à partir du moment où les modes de la structure sont déterminés (autour de 7

minutes pour le cas de la sphère). À ces temps, il est cependant nécessaire d'ajouter celui requis pour déterminer les modes propres structuraux. Ce temps dépend de la taille du maillage structural et du nombre de modes recherchés (de l'ordre de la minute²⁹ pour le cas de la sphère).

4.2.8 Options de post-traitement

Les trois logiciels offrent tous des fonctionnalités de visualisation des résultats. Il est possible de représenter graphiquement les histoires temporelles en des points donnés, ou les variables surfaciques, etc. Plusieurs options de post-traitement sont aussi disponibles pour l'évaluation et l'intégration des résultats, et ceux-ci peuvent être exportés dans de multiples formats. Des options d'animation sont aussi offertes par les trois logiciels.

Point intéressant, les chercheurs ont noté qu'Abaqus fournit un outil de diagnostic qui peut être utilisé pour évaluer la qualité des résultats d'une analyse ou pour localiser des sources de problèmes dans un modèle.

4.2.9 Évolutivité et potentialité

Ces critères se veulent une indication de la capacité des trois logiciels testés à traiter des problématiques complexes réelles de bruit et de vibrations en SST, qui ont été décrites dans la sous-section 3.1. À partir de l'expérience acquise avec l'utilisation des logiciels dans la présente étude, ainsi que des résultats qu'ils ont produits, les constats suivants peuvent être tirés :

- Les modules de résolution dans le domaine temporel des logiciels COMSOL et Abaqus sont assez complets; ils sont dotés d'une architecture ouverte (l'utilisateur a la possibilité d'ajouter éventuellement ses propres formulations), ce qui constitue un avantage important. Ils sont potentiellement aptes à traiter des problématiques de bruit et de vibrations générés par les outils percussifs, sous réserve de disposer de ressources informatiques suffisantes, notamment pour COMSOL. En effet, dans le cas d'une problématique réelle, il faut prendre en compte la forme géométrique et la constitution (matériaux) de l'outil ainsi que les éventuelles autres sources de vibrations et de bruit, à la différence de la problématique idéalisée. Ces complexités peuvent être intégrées dans le modèle géométrique, le maillage et la définition des sources. De plus, ces deux logiciels disposent de modèles de comportement viscoélastique dans le domaine temporel; ils peuvent donc *a priori* servir à modéliser et à évaluer des configurations de traitement dans le but de réduire les vibrations et le rayonnement acoustique qui résultent de l'utilisation de ces outils. Toutefois, ces codes ne peuvent pas servir si des solutions de traitement utilisent des matériaux absorbants (par exemple, dans le cas d'ajout d'un traitement de masquage sous forme d'une mousse acoustique avec une masse lourde).
- Dans leur état actuel, COMSOL et Abaqus ne peuvent pas être utilisés pour faire des analyses numériques de l'efficacité acoustique des protecteurs auditifs soumis à des bruits impulsifs de forts niveaux. En effet, les matériaux poreux qui font partie de la composition de ces protecteurs auditifs sont destinés à jouer un rôle de traitements absorbants. Il est

²⁹ Ce temps peut être de quelques minutes dans le cas de la plaque, exercice qui n'a pu être mené jusqu'au bout dans cette étude.

donc important de vérifier et d'optimiser l'efficacité réelle de ces matériaux en contexte de bruits impulsifs et de forts niveaux. Or, COMSOL et Abaqus ne gèrent pas actuellement de modèles de propagation à l'intérieur de matériaux poreux absorbants de type Biot ou fluide équivalent dans le domaine temporel. Ils ne gèrent pas non plus les non-linéarités découlant de bruits de forts niveaux dans le milieu de propagation. Avant de pouvoir les utiliser éventuellement pour des problématiques réelles de protecteurs auditifs, il faudrait donc développer et intégrer de nouvelles formulations à ces logiciels. Leur architecture ouverte peut être un atout éventuel dans cette optique.

- Le module TD-BEM de la version commerciale de Virtual.Lab est actuellement limité pour la résolution des problématiques réelles de bruit et de vibrations en SST. Le logiciel peut, en principe, traiter des problématiques de bruit et de vibrations découlant de l'utilisation d'outils percussifs. Mais le fait que les calculs soient réalisés en coordonnées modales et non en coordonnées physiques constitue probablement une difficulté pour la modélisation de structures avec traitement viscoélastique. De plus, les modèles de propagation à l'intérieur de matériaux poreux absorbants de type Biot ou fluide équivalent dans le domaine temporel et la non-linéarité en milieu de propagation ne sont pas encore implémentés dans le logiciel. Ce dernier ne peut donc pas être utilisé, dans son état actuel, dans un processus d'analyse ou de conception de protecteurs auditifs pour lutter efficacement contre des bruits impulsifs de forts niveaux.

5. CONCLUSIONS, RECOMMANDATIONS ET PERSPECTIVES

Cette activité avait pour but d'évaluer des outils de modélisation pour la résolution de deux problématiques importantes, idéalisées, de bruit et de vibrations de type impulsionnel en santé et en sécurité au travail : la prédiction des vibrations et du rayonnement de structures soumises à des excitations de nature impulsionnelle (outils percussifs) et la prédiction de l'atténuation acoustique de protecteurs auditifs soumis à des bruits impulsionnels. Ces problématiques, récurrentes en santé et en sécurité au travail, posent en effet des défis comme (i) la mise en œuvre de solutions efficaces palliatives et l'amélioration du design vibroacoustique des outils percussifs, compte tenu des contraintes ergonomiques et environnementales et (ii) la mesure fiable et l'amélioration des performances acoustiques des protecteurs auditifs en régime impulsionnel. La modélisation peut être un moyen très intéressant pour : (i) mieux comprendre les comportements acoustique et vibratoire des outils percussifs et des protecteurs auditifs soumis à des bruits impulsionnels; (ii) aider à trouver des solutions de réduction du bruit et des vibrations des outils percussifs; (iii) aider à mieux caractériser les performances acoustiques des protecteurs auditifs en régime impulsionnel, en particulier pour réduire les bruits de fort niveau et (iv) aider les fabricants à améliorer le design des protecteurs auditifs pour obtenir une meilleure protection des travailleurs œuvrant dans des environnements où les bruits impulsionnels sont présents. En ce sens, la recherche d'outils de calcul vibroacoustique capables de prédire les réponses acoustique et vibratoire de ces systèmes (outils percussifs et protecteurs auditifs en régime impulsionnel) se justifie.

Rappelons que l'évaluation des logiciels testés était restreinte au cadre de l'étude et qu'elle a été effectuée par les chercheurs sur la base des avantages et inconvénients des modules de résolution dans le domaine temporel de chacun des logiciels par rapport à des critères retenus. Par conséquent, les résultats relatifs à la capacité ou à l'incapacité des logiciels à traiter les configurations de tests n'engagent que la responsabilité des chercheurs de l'équipe et ne présupposent en rien des performances de ces logiciels à traiter d'autres problématiques dans d'autres domaines d'application.

Les configurations des deux problématiques retenues pour l'évaluation des outils numériques ont été amplement décrites dans la section méthodologie. Les divers niveaux de simplification de problématiques réelles pour parvenir aux problématiques idéalisées ont été fournis. La correspondance a été établie entre le problème réel de vibrations générées par l'utilisation d'outils percussifs et du rayonnement de structures soumises à des excitations impulsionnelles de forts niveaux, et le cas idéalisé d'une plaque flexible excitée par une force d'impact transitoire. Des explications ont été aussi données pour préciser la correspondance entre le problème réel des protecteurs auditifs de type coquille soumis à des ondes acoustiques transitoires et le problème idéalisé d'une demi-sphère sur un baffle rigide excitée par une onde plane impulsionnelle. Les excitations considérées dans les deux cas ont été largement décrites. Par la suite, plusieurs formulations permettant d'obtenir des solutions de référence des deux problématiques idéalisées ont été exposées. Trois approches semi-analytiques ont été utilisées pour établir la solution de référence dans le cas de la problématique de la plaque. La première approche, simplifiée, opère dans le domaine temporel et se base sur une décomposition modale du champ vibratoire de la plaque puis utilise une intégrale de surface de Rayleigh simplifiée pour calculer la pression acoustique rayonnée. La seconde approche opère également dans le domaine temporel, toujours

en utilisant une décomposition modale du champ vibratoire de la plaque, et elle exploite ensuite le schéma d'intégration de Newmark et l'intégrale de surface de Rayleigh pour calculer la pression acoustique. Dans la troisième approche, également basée sur une décomposition modale du champ vibratoire de la plaque, la résolution est d'abord faite dans le domaine fréquentiel, puis elle est suivie d'une transformation de Fourier inverse et d'une opération de convolution de la réponse impulsionnelle de la plaque avec le signal excitateur. Dans le cas de la problématique de la demi-sphère, la solution de référence est obtenue par une approche analytique dans le domaine fréquentiel suivie d'une transformation de Fourier inverse et d'une opération de convolution, ou par une approche analytique dans le domaine de Laplace suivie d'une transformation de Laplace inverse.

Après avoir établi les solutions de référence, une description générale des logiciels testés pour la résolution des deux problématiques idéalisées a été faite et des indications ont aussi été fournies sur le choix du pas d'incrémentation temporelle qui est un paramètre fondamental pour les analyses numériques dans le domaine temporel. Quatre logiciels avaient été choisis initialement pour les évaluations : Abaqus Unified FEA, Altair RADIOSS, COMSOL Multiphysics et LMS Virtual.Lab. Toutefois, malgré des moyens considérables consacrés à l'évaluation du module de résolution dans le domaine temporel du logiciel Altair RADIOSS, les chercheurs ont constaté qu'ils ne disposaient pas des connaissances de base requises pour compléter adéquatement les simulations des problématiques considérées avec cet outil. La documentation, la formation et l'assistance technique que les chercheurs ont obtenues pour ce logiciel étaient plutôt orientés sur des simulations de problématiques de crash automobile. Les trois autres logiciels ont alors été retenus pour les évaluations, et une description détaillée a été faite pour chacun d'entre eux, avec un accent particulier sur leurs modules de résolution dans le domaine temporel. Ainsi, les fondements et la procédure générale de modélisation des versions COMSOL Multiphysics 5.2 module Transient, Abaqus/CAE & Explicit 16.4 et LMS Virtual.Lab 13.2 module TD-BEM ont été décrits en détail, et les cas particuliers de modélisation des deux problématiques idéalisées ont été exposés. Les diverses étapes de modélisation et les méthodes de résolution de chaque logiciel ont été rapportées, de même que les paramètres des modèles réalisés (domaines, géométries, conditions aux limites, excitations, maillages, solveurs, post-traitement...). Les critères considérés dans la réalisation de l'évaluation respective des outils de modélisation ont ensuite été précisés.

Le critère principal d'évaluation est la capacité des logiciels à prédire les solutions de référence. Des comparaisons ont d'abord été faites entre les diverses approches des solutions de référence, puis entre les solutions de référence et les résultats des analyses numériques réalisées avec les logiciels. Il a été constaté que, globalement, les approches utilisées pour obtenir les solutions de référence donnent des résultats très similaires. Dans le cas de la problématique de la plaque, lorsque le temps d'observation augmente, l'approche semi-analytique simplifiée présente toutefois des divergences par rapport aux deux autres méthodes, notamment par rapport à la pression acoustique rayonnée par la plaque; ces divergences sont *a priori* attribuables aux hypothèses retenues dans cette approche. L'approche semi-analytique utilisant l'algorithme d'intégration de Newmark fournit des résultats très rapidement, et ces derniers ont servi comme solution de référence. Dans le cas de la configuration de la sphère, il n'y a aucune différence entre les résultats des deux approches proposées, hormis le temps de calcul qui est beaucoup plus faible dans le cas de l'approche dans le domaine fréquentiel, et c'est cette approche qui a été utilisée pour générer la solution de référence.

Les comparaisons entre les solutions de référence et les résultats des logiciels testés ont permis de formuler les principales observations suivantes :

- Dans le cas de la problématique de la demi-sphère, les trois logiciels ont donné des résultats globalement convergents avec les solutions de référence. Les résultats obtenus avec Abaqus présentent toutefois des divergences par rapport aux solutions de référence pour la pression à l'extérieur de la structure, surtout pour l'une des deux excitations. Il n'a pas été possible de déterminer si ces divergences sont dues à un problème de calcul du logiciel ou plutôt à une étape qui aurait été mal complétée dans la modélisation. (Le soutien technique n'était pas disponible pour la version éducative du logiciel Abaqus; il était alors impossible de s'assurer que toutes les étapes de modélisation ont été réalisées de façon adéquate et optimale.)
- Dans le cas de la problématique de plaque, il n'a pas été possible d'obtenir de résultats qui concordent avec la solution de référence dans le cas du logiciel Virtual.Lab³⁰. Les comparaisons ont donc été faites seulement entre les solutions de référence et les résultats fournis par COMSOL et Abaqus; ces derniers concordent avec la solution de référence. De légères différences ont été observées, mais elles s'expliquent essentiellement par des hypothèses liées aux diverses méthodes de résolution.

La dernière partie du rapport a consisté à dresser une évaluation des outils de modélisation sous forme d'avantages et d'inconvénients, à partir de divers critères et en s'appuyant sur les étapes de modélisation réalisées et les résultats obtenus avec chaque logiciel. Les principaux critères de l'évaluation ont été la pertinence et la performance des logiciels par rapport aux deux problématiques considérées. Globalement, il a été relevé que les modules de résolution dans le domaine temporel des logiciels Abaqus et COMSOL conviennent pour résoudre les problématiques examinées, même si les calculs peuvent être exigeants³¹ notamment en termes de mémoire informatique nécessaire (en particulier pour COMSOL). Quant au logiciel Virtual.Lab, la version commerciale du module TD-BEM ne permet pas de traiter des problèmes couplés avec des excitations acoustiques, par exemple celui du protecteur auditif excité par un bruit impulsif. Seule une version de recherche de ce module a permis de compléter la problématique de la demi-sphère, grâce à l'assistance de l'équipe qui l'a développée. Les chercheurs engagés dans cette activité n'ont toutefois pas réussi à résoudre la problématique de la plaque bafflée avec la documentation et les ressources disponibles.

Par ailleurs, concernant les autres critères de l'évaluation, il a été observé que les trois logiciels offrent une documentation claire et diversifiée. Les tutoriels relatifs au domaine temporel sont cependant en nombre restreint dans COMSOL et Virtual.Lab. Le soutien technique de Virtual.Lab a été très apprécié, car il a permis de pondérer les limites de la version commerciale. COMSOL offrait aussi une assistance technique, alors qu'Abaqus n'en fournissait pas pour la

³⁰ En fait, contrairement à ce qui avait été compris lors de l'acquisition de la licence éducative, il a été constaté que : (i) le solveur du module TD-BEM n'était pas inclus dans le forfait (il était possible d'effectuer le modèle de la plaque, mais on ne pouvait pas le résoudre) et (ii) le cas du problème de la sphère ne pouvait être traité, même si le solveur avait été disponible. Ce sont donc les développeurs de ce module qui ont gracieusement exécuté les configurations associées au cas de la sphère à partir d'une version de recherche (non commerciale). Toutefois, ils n'ont pas été en mesure de fournir les résultats pour la plaque, par manque de temps.

³¹ N'oublions pas que les symétries du problème ont été utilisées. Dans un cas plus réaliste où il y a peu de symétrie, les calculs seraient encore plus coûteux.

version éducative de son logiciel. L'utilisation de COMSOL et Abaqus a été jugée conviviale et intuitive, alors que les chercheurs ont estimé qu'une formation appropriée est nécessaire pour bien maîtriser Virtual.Lab. Les trois logiciels disposent d'outils de modélisation appropriés, mais les modules de résolution dans le domaine temporel d'Abaqus et Virtual.Lab sont limités en termes de topologie d'éléments, comparativement à COMSOL. Sur le plan des exigences informatiques, Virtual.Lab a été l'outil le plus intéressant, vu qu'il exploite la méthode BEM dans laquelle les milieux infinis ne sont pas maillés. La demande en matière de ressources informatiques était donc très réduite. Les résolutions avec Abaqus ont aussi utilisé des ressources informatiques acceptables, alors que celles de COMSOL étaient très élevées. Des options de post-traitement convenables étaient disponibles dans les trois logiciels, pour une bonne exploitation des résultats.

Il est important de rappeler que la réponse temporelle d'une problématique peut être obtenue à partir d'un calcul dans le domaine fréquentiel, par une transformée de Fourier inverse appropriée de la réponse fréquentielle, suivie d'une convolution de la réponse impulsionnelle obtenue avec le signal temporel excitateur. Ces opérations de transformée de Fourier inverse et de convolution peuvent être effectuées en post-traitant les résultats dans le domaine fréquentiel fournis par les logiciels testés dans une application externe appropriée (par exemple, Matlab ©Mathworks, ou un programme Fortran). Les trois logiciels évalués comportent des outils de post-traitement qui permettent aussi d'effectuer directement certaines de ces opérations. Ils offrent la possibilité de faire un calcul dans le domaine fréquentiel. L'avantage de cette approche est que des problèmes plus complexes peuvent être envisagés comme, par exemple, la réponse vibroacoustique de structures avec des traitements acoustiques. Les conditions d'absorption des ondes aux frontières dans le domaine fréquentiel peuvent également être mieux gérées, par exemple, avec une couche parfaitement adaptée (PML en anglais), condition non disponible lorsqu'on résout le problème directement dans le domaine temporel. Par contre, obtenir la réponse temporelle à partir de la réponse fréquentielle engendre plusieurs inconvénients. Le premier est que c'est très exigeant en termes de mémoire informatique et de temps de calcul (notamment si l'amortissement dans le système est faible). Le second est qu'il n'est pas possible de résoudre des problèmes non linéaires (par exemple, des excitations par des bruits de forts niveaux).

Il faut préciser, par ailleurs, que le bruit excitateur peut être aussi bien déterministe qu'aléatoire, ce qui est généralement le cas en milieu de travail. Mais les logiciels requièrent simplement la connaissance de la signature temporelle du signal excitateur. Si ce signal est aléatoire, la signature temporelle sera légèrement différente à chaque réalisation. Mais si chacune de ces réalisations est mesurée, la méthodologie développée dans ce rapport permet de calculer la réponse à chacune des réalisations. Ensuite, des descripteurs statistiques peuvent être calculés sur cet ensemble de réalisations pour extraire les propriétés statistiques de la réponse.

La présente étude a donc permis de constater que les modules de résolution dans le domaine temporel de deux des logiciels évalués (COMSOL et Abaqus) peuvent être utilisés pour résoudre les deux problématiques de bruit et de vibrations idéalisées considérées dans cette étude, et celui du troisième (Virtual.Lab) a permis dans sa version recherche d'en résoudre une. COMSOL et Abaqus démontrent un potentiel pour aborder la problématique du bruit et des vibrations générés par les outils percussifs. Notons que ces deux logiciels prennent en compte le comportement viscoélastique de matériaux dans le domaine temporel. Ils pourraient donc permettre, sous réserve de disposer de ressources informatiques suffisantes, de regarder l'effet de tels traitements

pour amortir les vibrations et diminuer le bruit rayonné des outils. Cependant, aucune des versions des logiciels testés ne prend actuellement en compte des modèles de propagation à l'intérieur de matériaux poreux absorbants de type Biot ou fluide équivalent dans le domaine temporel, ni ne gère les non-linéarités dans le milieu de propagation liées aux bruits de forts niveaux. Or, ces matériaux interviennent dans la composition des protecteurs auditifs et ces derniers peuvent être soumis à des bruits de forts niveaux supérieurs à 130 dB dans les secteurs où sont utilisées des armes à feu, par exemple. Ces logiciels peuvent certes aider à mieux comprendre la performance des protecteurs auditifs soumis à des bruits impulsionnels de faibles niveaux en se basant sur divers degrés de simplification, mais on ne peut pas les utiliser tels quels pour faire de la prévision d'efficacité acoustique de solutions. Il existe donc un potentiel de développement d'outils de modélisation dans le domaine temporel, intégrant ces complexités, pour traiter une telle problématique.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. Vézina *et al.*, « Enquête québécoise sur des conditions de travail, d'emploi et de SST (EQCOTESST) (Sommaire) », IRSST, Montréal, Études et recherches RR-691, 2011 [En ligne : <http://www.irsst.qc.ca/media/documents/PubIRSST/RR-691.pdf>].
- [2] I. Traoré, H. Camirand et V. Dumitru, « Enquête québécoise sur la santé de la population, 2008 : présentation des données régionales sur la santé au travail. Recueil statistique », Institut de la statistique du Québec, Québec (Québec), recueil, 2012.
- [3] T. Leroux, « Convergence des certitudes scientifiques et des normes en santé au travail: Cas de l'exposition au bruit et aux substances ototoxiques », Conférence IRSST, Montréal, novembre 2012. [En ligne : <http://www.irsst.qc.ca/publications-et-outils/video/i/100132/n/convergence-certitudes-scientifiques-normes-sst>].
- [4] « Moins fort le bruit », dépliant, Institut National de Recherche et de Sécurité (INRS), 2007 [En ligne : <http://www.inrs.fr/media.html?refINRS=ED%206020>].
- [5] Organisation Internationale du Travail, « Votre santé et votre sécurité au travail; le bruit au travail ». [En ligne : http://training.itcilo.it/actrav_cdrom2/fr/osh/noise/noiseat.htm].
- [6] R. Héту, « Human response to sound et its implication to Safety », Proceedings of the Third International Congress on Air et Structure-Borne et Vibration, 1994, pp. 455–469.
- [7] Institut national de santé publique du Québec, « Le bruit en milieu de travail: une analyse des coûts pour le régime d'indemnisation », octobre 2007. [En ligne : <http://www.inspq.qc.ca/pdf/publications/712-BruitMilieuTravail.pdf>].
- [8] Réseau de santé publique en santé au travail, « Risques physiques. Bruit », *Bruit - RSPSAT - RSPSAT*. [En ligne : <http://www.santeautravail.qc.ca/web/rpsat/dossiers/risques-physiques/bruit>].
- [9] Réseau de santé publique en santé au travail, « Nombre de nouveaux cas de surdités professionnelles acceptés par la CSST, par année. Ensemble du Québec, 1997-2013 », 2015.
- [10] M. Lebeau, P. Duguay et A. Boucher, « Les coûts des lésions professionnelles au Québec, 2005-2007 », IRSST, Montréal, Études et recherches R-769, 2013 [En ligne : <https://www.irsst.qc.ca/media/documents/PubIRSST/R-769.pdf>].
- [11] A.-A. Simard, A. Chapados, J.-P. Bergeron, P. Pelletier et J. Dumont, « Les risques d'exposition aux vibrations au système main/bras: aide -mémoire travailleur », Réseau de santé publique en santé au travail, mars 2014.
- [12] « Syndrome des vibrations. La main et le bras en danger », dépliant, Institut National de Recherche et de Sécurité (INRS), juin 2015.
- [13] Centre canadien d'hygiène et de sécurité au travail, « Vibrations - Effets sur la santé », octobre 2008. [En ligne : http://www.cchst.ca/oshanswers/phys_agents/vibration/vibration_effects.html »].

- [14] A.-A. Simard, A. Chapados, J.-P. Bergeron, P. Pelletier et J. Dumont, « Les risques d'exposition aux vibrations au corps entier: aide-mémoire travailleur », Réseau de santé publique en santé au travail, mars 2014.
- [15] C. Michel *et al.*, « Portrait de la surdité professionnelle acceptée par la Commission de la santé et de la sécurité du travail au Québec : 1997-2010 – Troubles de l'audition sous surveillance », Institut National de Santé Publique du Québec (INSPQ), 2014.
- [16] E. Shanks, « Noise emission from fastener driving tools », Health et Safety Laboratory, RR625, 2008.
- [17] H. Néliste, M.-A. Gaudreau, J. Boutin, F. Laville et J. Voix, « Étude de la transmission sonore à travers les protecteurs auditifs et application d'une méthode pour évaluer leur efficacité en milieu de travail - Partie 1 – Étude terrain », IRSST, Études et recherches R-662, 2010 [En ligne : <https://www.irsst.qc.ca/media/documents/PubIRSST/R-662.pdf>].
- [18] M.-A. Gaudreau, F. Laville, J. Voix et H. Néliste, « État de l'art et perspectives sur la mesure des performances effectives des protecteurs auditifs en milieu de travail », *Revue internationale sur l'ingénierie des risques industriels (JI-IRI)*, vol. 1, no. 1, pp. 65–85, 2008.
- [19] A. Damongeot, R. Lataye et A. Kusy, « An empirical formula for predicting the attenuation given by double hearing protection (earplugs et earmuffs) », *Applied Acoustics*, vol. 28, no. 3, pp. 169–175, 1989.
- [20] C.-H. Lee, L. H. Royster et R. D. Ciskowski, « Formulation for an FE et BE coupled problem et its application to the earmuff-earcanal system », *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 16, no. 4, pp. 305–315, 1995.
- [21] S. Gerges, F. Vergara et R. Birch, « Finite element method (FEM) model for the hearing protector noise attenuation for impulsive noise », présenté à Inter-Noise, 2000.
- [22] F. Vergara, S. N. Gerges et R. S. Birch, « Numerical et experimental study of impulsive sound attenuation of an earmuff », *Shock and Vibration*, vol. 9, no. 4–5, pp. 245–251, 2002.
- [23] A. Bockstael *et al.*, « Verifying the attenuation of earplugs in situ: Method validation on human subjects including individualized numerical simulations », *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 125, no. 3, pp. 1479–1489, 2009.
- [24] A. Bockstael *et al.*, « Verifying the attenuation of earplugs in situ: Method validation using artificial head et numerical simulations », *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 124, no. 2, pp. 973–981, 2008.
- [25] F. Sgard, H. Néliste, M.-A. Gaudreau, J. Boutin, J. Voix et F. Laville, « Étude de la transmission sonore à travers les protecteurs auditifs et application d'une méthode pour évaluer leur efficacité en milieu de travail - Partie 2 : étude préliminaire d'une modélisation par éléments finis », IRSST, Études et recherches R-680, 2011 [En ligne : <https://www.irsst.qc.ca/media/documents/PubIRSST/R-680-complet.pdf>].
- [26] C. A. Kardous, R. D. Wilsson, C. S. Hayden, P. Szlapa, W. J. Murphy et E. R. Reeves, « Noise exposure assessment et abatement strategies at an indoor firing range », *Applied Occupational et Environmental Hygiene*, vol. 18, no. 8, pp. 629–636, 2003.

- [27] C. A. Kardous, R. D. Wilson et W. J. Murphy, « Noise dosimeter for monitoring exposure to impulse noise », *Applied Acoustics*, vol. 66, no. 8, pp. 974–985, 2005.
- [28] J. G. Schmitt, M. Schaffer et K. Michael, « Measurement of impulsive peak insertion loss of hearing protectors », présenté à NOISE-CON, Portland, Oregon, 2011.
- [29] W. J. Murphy *et al.*, « Measurement of impulse peak insertion loss for four hearing protection devices in field conditions », *International Journal of Audiology*, vol. 51, no. S1, pp. S31–S42, 2012.
- [30] R. Williams, « Assessment of the Applicability of ANSI S12.42-2010 as a General Measure of Protection from Impulsive Noise by Measurement of Impulsive et Continuous Noise Insertion Loss of the HGU-56/P et the CEP », U.S. Army Aeromedical Research Laboratory, USAARL 2012-14, 2012.
- [31] N. Atalla, « A.D.N.R. An efficient code for the study of the effects of structural design modifications on the radiated power », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 95, no. 5, pp. 2834–2835, 1994.
- [32] M. Tournour et N. Atalla, « Vibroacoustic behavior of an elastic box using state-of-the art FEM-BEM approach », *Noise Control Engineering Journal*, vol. 46, no. 3, pp. 83–90, 1998.
- [33] P. Marcotte *et al.*, « Development of an antivibratile handle for pneumatic jackleg rock drills », Proceedings 11th International Conference on Hand-Arm Vibration, 2007.
- [34] F. Sgard, N. Atalla, C. K. Amédin et R. Panneton, « Étude numérique et expérimentale de l'absorption acoustique et de la transparence acoustique des matériaux poreux hétérogènes en basses fréquences dans le but d'identifier des solutions à fort potentiel d'applicabilité », IRSST, Études et recherches R-278, 2001 [En ligne : <http://www.irsst.qc.ca/media/documents/PubIRSST/R-278.pdf>].
- [35] O. Beslin, « Identification, modélisation et réduction du bruit des systèmes surpresseurs fixes et mobiles », IRSST, Études et recherches R-290, 2002 [En ligne : <http://www.irsst.qc.ca/media/documents/pubirsst/r-290.pdf>].
- [36] N. Atalla, C. K. Amédin, Y. Atalla, R. Panneton et F. Sgard, « Développement de nouveaux matériaux absorbants à hautes performances acoustiques pour diminuer le bruit en basses fréquences », IRSST, Études et recherches R-370, 2004 [En ligne : <http://www.irsst.qc.ca/media/documents/pubirsst/R-370.pdf>].
- [37] R. Le et P. Laliberté, « Conception d'un protecteur auditif à suppression de bruits dominants », IRSST, Études et recherches R-361, 2004 [En ligne : <http://www.irsst.qc.ca/media/documents/PubIRSST/R-361.pdf>].
- [38] F. Sgard, N. Atalla et C. K. Amédin, « Vibro-acoustic behavior of a cavity backed by a plate coated with a meso-heterogeneous porous material », *Acta Acustica United with Acustica*, vol. 93, no. 1, pp. 106–114, 2007.
- [39] J. Lavoie, F. Sgard, J. Boutin et M. Hains, « La lutte contre le bruit en milieu de travail au Québec - une solution innovatrice: 'la scie silencieuse' », *Travail et santé*, vol. 25, no. 2, 2009.

- [40] F. Sgard, H. Néglise, N. Atalla, C. K. Amédin et R. Oddo, « Prediction of the acoustical performance of enclosures using a hybrid statistical energy analysis: image source model », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 127, no. 2, pp. 784–795, 2010.
- [41] J.-M. Nicolas, « Les approches temporelles en imagerie cohérente », 2008D017, 2008.
- [42] C. K. Amédin, N. Atalla et F. Sgard, « Revue de la littérature sur l'application des méthodes de simulation temporelles pour résoudre des problématiques de bruit et vibrations touchant à la santé et à la sécurité au travail », IRSST, Études et recherches R-806, 2014 [En ligne : <http://www.irsst.qc.ca/media/documents/PubIRSST/R-806.pdf>].
- [43] M. Bernacki, S. Lanteri et S. Piperno, « Time-domain parallel simulation of heterogeneous wave propagation on unstructured grids using explicit, nondiffusive, discontinuous Galerkin methods », *Journal of Computational Acoustics*, vol. 14, no. 1, pp. 57 – 81, 2006.
- [44] J. M. Lacy, S. R. Novascone, W. D. Richins et T. K. Larson, « A Method for Selecting Software for Dynamic Event Analysis I: Problem Selection », Idaho National Laboratory (INL), INL/CON-07-12650, août 2007.
- [45] A. Ross et G. Ostiguy, « Propagation of the initial transient noise from an impacted plate », *Journal of Sound et Vibration*, vol. 301, no. 1–2, pp. 28–42, 2007.
- [46] E. A. G. Shaw et G. J. Thiessen, « Acoustics of circumaural earphones », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 34, no. 9, pp. 1233–1246, 1962.
- [47] Y. Du et K. Homma, « Performance of a dual-cup-dual-cushion earmuff design », *Noise Control Eng. J.*, vol. 57, no. 5, pp. 459–475, 2009.
- [48] F. Sgard *et al.*, « Prediction of airborne et structure borne sound transmission through hearing protectors using FEM », *Proceedings of Internoise 2014*, Melbourne, Australia, 2014, p. 9.
- [49] S. Boyer, « Étude de la transmission sonore à travers un protecteur de type 'coquilles' : modélisation numérique et validation expérimentale », Ph.D., École de Technologie Supérieure, Montreal, QC, Canada, 2015.
- [50] A. Akay et M. Latcha, « Sound radiation from an impact-excited clamped circular plate in an infinite baffle », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 74, no. 2, pp. 640–648, août 1983.
- [51] W. Heitkämper, « Näherungsweise Berechnung der Schallabstrahlung von stoßartig angeregten Platten », *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 58, no. 3, pp. 141–148, août 1985.
- [52] W. Goldsmith, *Impact: the theory et physical behaviour of colliding solids*. London, UK.: Edward Arnold.
- [53] C. James, « Finite Element Modeling et Exploration of Double Hearing Protection Systems », Mémoire de maîtrise, Virginia Polytechnic Institute et State University, Blacksburg, Virginia, 2006.
- [54] F. Sgard *et al.*, « Développement d'outils et de méthodes pour mieux évaluer et améliorer la protection auditive individuelle des travailleurs », IRSST, Études et recherches R-901, 2016 [En ligne : <http://www.irsst.qc.ca/media/documents/PubIRSST/R-901.pdf>].

- [55] Y. K. Lou et J. M. Klosner, « Transient response of a point-excited submerged spherical shell », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 40, no. 4, pp. 1078–1084, 1973.
- [56] H. C. Neilson, G. C. Everstine et Y. F. Wang, « Transient response of a submerged fluid-coupled double-walled shell structure to a pressure pulse », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 70, no. 6, pp. 1776–1782, 1981.
- [57] H. Huang et H. U. Mair, « Neoclassical solution of transient interaction of plane acoustic waves with a spherical elastic shell », *Shock et Vibration*, vol. 3, no. 2, pp. 85–98, 1996.
- [58] Y. S. Shin et J. E. Chisum, « Modeling et simulation of underwater shock problems using a coupled Lagrangian-Eulerian analysis approach », *Shock et Vibration*, vol. 4, no. 1, pp. 1–10, 1997.
- [59] H. Huang et G. C. Gaunaurd, « Transient diffraction of a plane step pressure pulse by a hard sphere: Neoclassical solution », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 104, no. 6, pp. 3236–3244, 1998.
- [60] P. Krysl, T. W. Cranford et J. A. Hildebrand, « Lagrangian finite element treatment of transient vibration/acoustics of biosolids immersed in fluids », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 74, no. 5, pp. 754–775, avril 2008.
- [61] S. M. Hasheminejad, A. Bahari et S. Abbasian, « Modelling et simulation of acoustic pulse interaction with a fluid-filled hollow elastic sphere through numerical Laplace inversion », *Applied Mathematical Modelling*, vol. 35, no. 1, pp. 22–49, janvier 2011.
- [62] B. Yue et M. N. Guddati, « Dispersion-reducing finite elements for transient acoustics, » *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 118, no. 4, p. 2132, 2005.
- [63] K. Kim et J. M. Lees, « Finite-difference time-domain modeling of transient infrasonic wavefields excited by volcanic explosions », *Geophys. Res. Lett.*, vol. 38, no. 6, p. L06804, mars 2011.
- [64] J. Li, D. Dault et B. Shanker, « A Quasianalytical Time Domain Mie Solution for Scattering from a Homogeneous Sphere », *arXiv preprint arXiv:1311.1237*, 2013.
- [65] W. J. Murphy, C. J. Fackler, E. H. Berger, P. B. Shaw et M. Stergard, « Measurement of impulse peak insertion loss from two acoustic test fixtures et four hearing protector conditions with an acoustic shock tube », *Noise and Health*, vol. 17, no. 78, pp. 364–373, 2015.
- [66] P. Troccaz, R. Woodcock et F. Laville, « Acoustic radiation due to the inelastic impact of a sphere on a rectangular plate », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 108, no. 5, pp. 2197–2202, 2000.
- [67] J.-F. Blais et A. Ross, « Forward projection of transient sound pressure fields radiated by impacted plates using numerical Laplace transform », *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 125, no. 5, pp. 3120–3128, 2009.
- [68] G. R. Harris, « Review of transient field theory for a baffled planar piston », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 70, no. 1, pp. 10–20, juillet 1981.
- [69] J. W. S. (1842-1919 ; 3rd baron) Rayleigh, *The theory of sound. Volume 2*. 1878.

-
- [70] D. Ou et C. M. Mak, « The effects of elastic supports on the transient vibroacoustic response of a window caused by sonic booms », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 130, no. 2, pp. 783–790, août 2011.
- [71] M. N. Newmark, « A method of computation for structural dynamics », *J. Engineering Mechanics Division*, vol. 85, pp. 67–94, 1959.
- [72] M. C. Junger et D. Feit, *Sound Structures et Their Interaction*. MIT Press, 1972.
- [73] N. Atalla et F. Sgard, *Finite Element et Boundary Methods in Structural Acoustics et Vibration*. CRC Press, 2015.
- [74] C. Feuillade, « Animations for visualizing et teaching acoustic impulse scattering from spheres », *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 115, no. 5, p. 1893, 2004.
- [75] L. D'amore, G. Laccetti et A. Murli, « Algorithm 796: A Fortran software package for the numerical inversion of the Laplace transform based on a Fourier series method », *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, vol. 25, no. 3, pp. 306–315, 1999.
- [76] R. Piessens et R. Huysmans, « Algorithm 619: automatic numerical inversion of the Laplace transform [D5] », *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, vol. 10, no. 3, pp. 348–353, 1984.
- [77] G. Honig et U. Hirdes, « A method for the numerical inversion of Laplace transforms », *Journal of Computational et Applied Mathematics*, vol. 10, no. 1, pp. 113–132, 1984.
- [78] G. Inquiété, « Simulation numérique de la propagation des ondes dans les structures composites stratifiées », Doctorat, École Centrale de Lyon, Lyon, France, 2008.
- [79] DASSAULT SYSTEMES, « ABAQUS UNIFIED FEA - Complete solutions for realistic simulation ».
- [80] LMSSMat, École Central de Paris, « Présentation générale d'Abaqus », Paris, France.
- [81] S. Bochart, « Introduction au logiciel ABAQUS », Lorient, France, 2012.
- [82] P. Rozycki, « Formation ABAQUS », Nantes, France.
- [83] SIMULIA DASSAULT SYSTEMES, « An Integrated Approach for Transient Rolling of Tires ».
- [84] M. B. Søndergaard, « Design Optimization in Vibro-Acoustic Design of Hearing Instruments », présenté au GN ReSound A/S, SIMULIA Customer Conference, London, England, 2009.
- [85] C. Jackman, M. Zampino, D. Cadge, R. Dravida, V. Katiyar et J. Lewis, « Estimating Acoustic Performance of a Cell Phone Speaker Using Abaqus », présenté au Foxconn Holdings LLC, SIMULIA Customer Conference, London, England, 2009.
- [86] A. Singh, « Radioss Nonlinear Gap Analysis », 2010.
- [87] W. Li, « FTSS RADIOSS Dummies », 2010.
- [88] M. Shkoukani, « RADIOSS – MADYMO Coupling For Various Impact Applications », 2010.

- [89] M. Zhou, S. Patten, M. Kemp, R. Yancey, E. Mestres et J.-B. Mouillet, « Applications of Advanced Composite Simulation et Design Optimization », Altair Engineering.
- [90] « AcuSolve & RADIOSS Solution on FSI Model », Altair Staff & ACUSIM Staff, 2010.
- [91] E. Granados Granados, « Computation of the Impulse Response of small rooms with the time domain Boundary Element Method », Mémoire de maîtrise, Technische Universität Berlin, 2011.
- [92] C. Van der Woude et S. Narasimhan, « Dynamic Structural Modelling of Wind Turbines Using COMSOL Multiphysics », à la *COMSOL Conference*, 2010.
- [93] R. Dhayalan et K. Balasubramaniam, « A hybrid finite element model for simulation of electromagnetic acoustic transducer (EMAT) based plate waves », *NDT & E International*, vol. 43, no. 6, pp. 519–526, 2010.
- [94] M. Castaings, M. V. Predoi et B. Hosten, « Ultrasound Propagation in Viscoelastic Material Guides », Paris, France, 2005.
- [95] P. Lesniewski J., B. Stepin et J. C. Thomas, « Ultrasonic streaming in incompressible fluids - Modelling et measurements », présenté au 20th International Congress on Acoustics, Sydney, Australia, 2010, vol. 1, pp. 674–680.
- [96] « LMS Virtual.Lab Acoustics for Acoustic Simulation », [En ligne : http://www.plm.automation.siemens.com/en_us/products/lms/virtual-lab/acoustics/index.shtml].
- [97] C. Zhang et P. P. Lin, « Numerical Simulation of the Vibration et Structure-Borne Noise of the Viaduct », présenté à International Conference on Vibration, Structural Engineering et Measurement, Shangai, Chine, 2012, vol. 226–228, pp. 401–405.
- [98] A. Palermo, D. Mundo, A. S. Lentini, R. Hadjit, P. Mas et W. Desmet, « Gear noise evaluation through multibody TE-based simulations », présenté à ISMA2010 INCLUDING USD2010, Louvain, Belgique, 2010.
- [99] J. M. Lacy, S. R. Novascone, W. D. Richins et T. K. Larson, « A Method for Selecting Software for Dynamic Event Analysis: II — The Taylor Anvil et Dynamic Brazilian Tests », pp. 261–270, janvier 2008.
- [100] « Time-Domain Solutions for Simulating Transient Acoustics: Impact Noise, Sloshing Noise et Engine Transmission Noise », [En ligne : http://www.mscsoftware.com/events_assets/Webcasts/2015_Acoustics/Time-Domain_Solutions_Simulating_Transient_Acoustics.html].
- [101] K. J. Bathe, *Computational Fluid et Solid Mechanics*. Elsevier, 2003.
- [102] U. M. Ascher et L. R. Petzold, *Computer Methods for Ordinary Differential Equations et Differential-Algebraic Equations*. Philadelphia: Society for Industrial et Applied Mathematics, 1998.
- [103] « Abaqus 6.14 Documentation », Dassault Systèmes Simulia Corp.

- [104] « Abaqus 6.9 Documentation », [En ligne : <http://abaqusdoc.ucalgary.ca/v6.9/index.html>].
- [105] « Explicit dynamic analysis », [En ligne : <http://abaqusdoc.ucalgary.ca/v6.9/books/usb/default.htm?startat=pt03ch06s03at08.html>].
- [106] A. Frachon, « Abaqus/Explicit », 2012. [En ligne : <http://arnaud.frachon.free.fr/aadocmaitre/node115.html>].
- [107] M. Mashayekhi, « Comparison of implicit et explicit procedures ».
- [108] Q.-H. Liu et J. Tao, « The perfectly matched layer for acoustic waves in absorptive media », *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 102, no. 4, pp. 2072–2082, 1997.
- [109] « LMS Virtual.Lab Acoustics for Acoustic Simulation.” [En ligne : http://www.plm.automation.siemens.com/en_us/products/lms/virtual-lab/acoustics/index.shtml].
- [110] Siemens, « Virtual.Lab 13.5 Online Help main page », 2015.
- [111] T. Ha-Duong, « On Retarded Potential Boundary Integral Equations et their Discretisation », Université de Technologie de Compiègne, 2003.
- [112] Q. Li, K. Ito, Z. Wu, C. S. Lowry et S. P. Loheide II, « COMSOL Multiphysics: A Novel Approach to Ground Water Modeling », *Ground Water*, vol. 47, no. 4, pp. 480–487, juillet 2009.

ANNEXE A : CALCUL SEMI-ANALYTIQUE DANS LE DOMAINE TEMPOREL DE LA RÉPONSE VIBROACOUSTIQUE D'UNE PLAQUE EXCITÉE EN SON CENTRE PAR UNE FORCE D'IMPACT

La plaque est rectangulaire de dimensions latérales a et b , d'épaisseur h , simplement supportée sur ses quatre bords et insérée dans un baffle acoustique rigide (Figure 32). La plaque et le baffle baignent dans un fluide externe de masse volumique ρ_e et de célérité du son c_e . L'excitation est une force d'impact $F(t)$ équivalente à celle d'une balle sphérique rigide qui frappe le centre de la plaque avec une vitesse donnée (cf. sous-section 3.2.1).

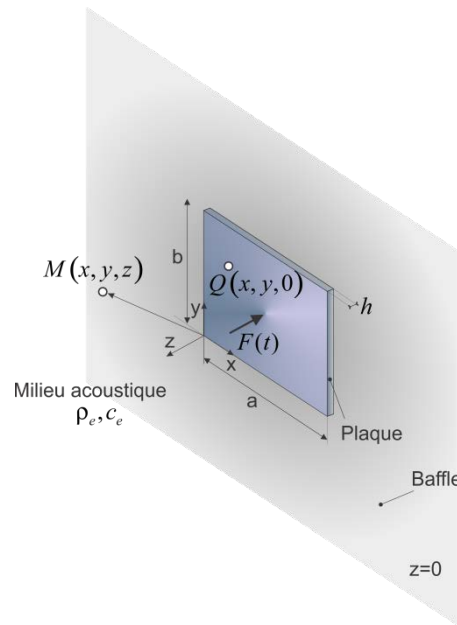


Figure 32 : Plaque en aluminium reposant sur un baffle acoustique rigide dans une cavité d'air et excitée en son centre par une force d'impact.

Le déplacement transversal $w(Q, t)$ en tout point Q de la plaque est obtenu à partir d'une sommation des modes propres de la plaque [45], [52]. Si le point Q est de coordonnées (x, y) dans un repère cartésien dont l'origine est située au coin inférieur gauche de la plaque, la forme générale du déplacement transversal est :

$$w(x, y, t) = -\frac{4}{M} \sum_j \sum_k \frac{\sin\left(\frac{j\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{j\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{k\pi y}{b}\right)}{\omega_{jk}} F(t) * \sin(\omega_{jk} t) \quad (10)$$

où M est la masse de la plaque, ω_{jk} désigne le mode propre d'ordre (j, k) de la plaque, et l'opérateur $*$ indique le produit de convolution. En prenant en compte le cas où l'excitation est au centre de la plaque, seuls les modes propres d'ordre impair sont excités. En fixant alors

l'origine au centre de la plaque dans un nouveau repère en coordonnées polaires (R, ψ) , il vient que :

$$w(R, \psi, t) = -\frac{4}{M} \sum_j \sum_k \frac{(-1)^{\frac{j-1}{2}} (-1)^{\frac{k-1}{2}}}{\omega_{jk}} \sin\left(\frac{j\pi}{2} + \frac{j\pi R \cos \psi}{a}\right) \sin\left(\frac{k\pi}{2} + \frac{k\pi R \sin \psi}{b}\right) F(t) * \sin(\omega_{jk} t) \quad (11)$$

À cause des propriétés de symétrie, ce déplacement est indépendant de la position angulaire ψ . En fixant alors $\psi = 0$, l'expression précédente se traduit par la forme plus simple suivante :

$$w(R, t) = -\frac{4}{M} \sum_j \sum_k \frac{(-1)^{\frac{j-1}{2}}}{\omega_{jk}} \sin\left(j\pi \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{a}\right)\right) F(t) * \sin(\omega_{jk} t) \quad (12)$$

L'accélération transversale peut ensuite être obtenue :

$$\ddot{w}(R, t) = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\frac{4}{M} \sum_j \sum_k \frac{(-1)^{\frac{j-1}{2}}}{\omega_{jk}} \sin\left(j\pi \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{a}\right)\right) \frac{dF(t)}{dt} * \cos(\omega_{jk} t) \quad (13)$$

À partir du champ d'accélération transversale, la pression rayonnée en tout point M du milieu environnant dont les coordonnées sphériques sont (r, ϕ, θ) est estimée avec l'intégrale de surface de Rayleigh :

$$p(r, \theta, t) = \frac{\rho_e}{2\pi} \int_R \int_\psi \ddot{w}\left(R, t - \frac{d}{c_e}\right) \frac{RdRd\psi}{d} \quad (14)$$

où $d = \sqrt{(r \sin \theta - R \cos \psi)^2 + (R \sin \psi)^2 + (r \cos \theta)^2}$. Le rapport d/c_e est le délai pris par l'onde pour se propager du point $Q(R, \psi)$ de la plaque au point $M(r, \phi, \theta)$. La pression rayonnée est aussi indépendante de la position angulaire ϕ . Il vient donc finalement que :

$$p(r, \theta, t) = -\frac{2\rho}{\pi M} \int_R \int_\psi \sum_j \sum_k (-1)^{\frac{j-1}{2}} \sin\left(j\pi \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{a}\right)\right) \left[\frac{dF}{dt}\left(t - \frac{d}{c_e}\right) * \cos\left(\omega_{jk} \left(t - \frac{d}{c_e}\right)\right) \right] \frac{RdRd\psi}{d} \quad (15)$$

Cette intégrale est ensuite évaluée approximativement en utilisant une discrétisation géométrique de la surface de la plaque [73].

ANNEXE B : AUTRES APPROCHES SEMI-ANALYTIQUES POUR CALCULER LA RÉPONSE VIBROACOUSTIQUE D'UNE PLAQUE EXCITÉE EN SON CENTRE PAR UNE FORCE D'IMPACT

Les hypothèses adoptées sont décrites dans la sous-section 3.3.1.1.

1. Approche par transformée de Fourier inverse et convolution

La première partie du développement est faite dans le domaine fréquentiel. La plaque est excitée en son centre (x_0, y_0) par une impulsion de Dirac $\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$. En considérant une approche modale, la réponse du système est une somme de contributions modales en fonction des déformées modales φ_{mn} de la plaque. Ces déformées sont orthogonales et de norme N_{mn} , c'est-à-dire qu'elles vérifient la relation

$$\int_S \varphi_{mn}(x, y)\varphi_{pq}(x, y)dS = \begin{cases} N_{mn} & \text{si } m = p \text{ et } n = q \\ 0 & \text{si } m \neq p \text{ ou } n \neq q \end{cases} \quad (16)$$

En considérant que l'amortissement est sous forme visqueuse ξ , la vitesse normale au point $Q(x, y)$ et pour une fréquence angulaire ω est de la forme

$$v(x, y, \omega) = \frac{j\omega}{m_s} \sum_m \sum_n \frac{\varphi_{mn}(x_0, y_0)}{N_{mn}(-\omega^2 + \omega_{mn}^2 + 2j\xi\omega\omega_{mn})} \varphi_{mn}(x, y) \quad (17)$$

où j est la racine carrée de -1 , m_s est la masse surfacique de la plaque et ω_{mn} désigne le mode propre d'ordre (m, n) .

La pression rayonnée en un point $M(x, y, z)$ est ensuite obtenue à partir de l'intégrale de surface de Rayleigh :

$$p(x, y, z, \omega) = j\omega\rho_0 \int_{x'} \int_{y'} v(x', y', \omega) \frac{\exp(-jk_0 r)}{2\pi r} dx' dy' \quad (18)$$

Dans cette expression, k_0 est le nombre d'ondes dans le fluide environnant (air) et r est la distance entre le point $M(x, y, z)$ et un point $Q(x', y', 0)$ de la surface. En exploitant l'expression précédente de la vitesse, il vient que :

$$p(x, y, z, \omega) = -\omega^2 \frac{\rho_e}{m_s} \sum_m \sum_n \frac{\varphi_{mn}(x_0, y_0)}{N_{mn}(-\omega^2 + \omega_{mn}^2 + 2j\xi\omega\omega_{mn})} \int_{x'} \int_{y'} \varphi_{mn}(x', y') \frac{\exp(-jk_0 r)}{2\pi r} dx' dy' \quad (19)$$

Note : une approximation numérique de la pression rayonnée peut être obtenue par une discrétisation géométrique de la surface de la plaque. L'équation (17) s'écrit alors :

$$p_i \approx j\omega\rho_0 \sum_{j=1, j \neq i}^N V_j S_j \frac{e^{-jk_0 r_{ij}}}{2\pi r_{ij}} + j\omega\rho_0 V_i \int_{S_i} \frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r} dS_i \quad (20)$$

Si la pression est évaluée en un point de la plaque, la relation suivante est alors exploitée :

$$j\omega\rho_0 V_i \int_{S_i} \frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r} dS_i \cong \rho_e c V_i (1 - e^{-jk_0 a}), \quad \text{avec } a = \sqrt{S/\pi} \quad (21)$$

Le passage dans le domaine temporel s'obtient ensuite par la procédure illustrée à la **Figure 10**.

2. Approche basée sur le schéma d'intégration de Newmark

Dans cette approche, c'est le système d'équations d'équilibre dynamique de la plaque préalablement projetée sur une base modale de la plaque qui est d'abord considérée. Il faut donc résoudre l'équation suivante :

$$[M] \left\{ \frac{d^2 w}{dt^2} \right\} + [C] \left\{ \frac{dw}{dt} \right\} + [K] \{w\} = F(t) \quad (22)$$

où $[M]$, $[C]$ et $[K]$ désignent respectivement les matrices diagonales de masse, d'amortissement et de rigidité projetées sur la base modale. Pour chacune de ces matrices, le vecteur de la diagonale vaut, respectivement : $\{m_s N_{mn}\}_{(n,m)}$, $\{\xi \omega_{mn} m_s N_{mn}\}_{(n,m)}$ et

$\left\{ D \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right) N_{mn} \right\}_{(n,m)}$. $F(t)$ est le vecteur force projetée sur la base modale. Il est égal à $\left\{ amp(t) \sin\left(\frac{m\pi}{a} x_0\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y_0\right) \right\}_{(n,m)}$ avec $amp(t)$ = amplitude de l'excitation en fonction du temps.

Le système de l'équation précédente est résolu pour obtenir la réponse vibratoire de la plaque, en utilisant l'algorithme d'intégration numérique de Newmark avec le schéma de l'accélération moyenne constante (avec les paramètres $\gamma = 1/2$, $\beta = 1/4$), ou le schéma de variation linéaire de l'accélération (avec les paramètres $\gamma = 1/2$, $\beta = 1/6$) [71].

La pression rayonnée est finalement obtenue par une discrétisation géométrique de la surface de la plaque.

3. Approche par transformée de Laplace inverse et convolution

Une autre approche peut aussi être utilisée en exploitant la transformée de Laplace inverse. En posant d'abord $s = j\omega$, l'équation (17) devient :

$$v(x, y, s) = \frac{s}{m_s} \sum_m \sum_n \frac{\varphi_{mn}(x_0, y_0)}{N_{mn}(s^2 + \omega_{mn}^2 + 2\xi s \omega_{mn})} \varphi_{mn}(x, y) \quad (23)$$

En utilisant le changement de variables $\tilde{\omega}_{mn} = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_{mn}$, la transformée de Laplace inverse de cette relation conduit à la vitesse impulsionnelle :

$$v_{\text{imp}}(x, y, t) = \frac{1}{m_s} \sum_m \sum_n e^{-t\xi\omega_{mn}} \frac{\varphi_{mn}(x_0, y_0) \varphi_{mn}(x, y)}{N_{mn}} \left[\cos(t\tilde{\omega}_{mn}) - \frac{\xi \sin(t\tilde{\omega}_{mn})}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right] \quad (24)$$

De même, l'équation (18) peut être d'abord réécrite sous la forme

$$p(x, y, z, s) = \frac{\rho_e}{m_s} \sum_m \sum_n \frac{s^2 \varphi_{mn}(x_0, y_0)}{N_{mn}(s^2 + \omega_{mn}^2 + 2\xi s \omega_{mn})} \int_{x'} \int_{y'} \varphi_{mn}(x', y') \frac{\exp(-sr/c_0)}{2\pi r} dx' dy' \quad (25)$$

L'opérateur L de transformée de Laplace est tel que :

$$L^{-1} \left(\frac{s^2}{s^2 + \omega_{mn}^2 + 2\xi s \omega_{mn}} \right) = \delta(t) + h(t) \quad (26)$$

où $\delta(t)$ est la distribution de Dirac, et $h(t)$ est définie par :

$$h(t) = \frac{e^{-t\xi\omega_{mn}} \omega_{mn} \left((2\xi^2 - 1) \omega_{mn} \sinh(t\tilde{\omega}_{mn}) - 2\xi \tilde{\omega}_{mn} \cosh(t\tilde{\omega}_{mn}) \right)}{\tilde{\omega}_{mn}} \quad (27)$$

Aussi, la propriété de retard temporel de la transformée de Laplace permet d'écrire que :

$$L^{-1} \left(\frac{s^2 \exp(-sr/c_0)}{s^2 + \omega_{mn}^2 + 2\xi s \omega_{mn}} \right) = \delta(t - r/c_0) u(t - r/c_0) + h(t - r/c_0) u(t - r/c_0) \quad (28)$$

Avec $u(t)$ qui désigne ici la fonction échelon unitaire (fonction de Heaviside). La réponse impulsionnelle de la pression rayonnée est alors de la forme :

$$\begin{aligned}
p_{\text{imp}}(x, y, z, t) &= \sum_m \sum_n \frac{\rho_e}{m_s N_{mn}} \int_{x'} \int_{y'} \frac{\varphi_{mn}(x_0, y_0) \varphi_{mn}(x', y')}{2\pi r} \delta(t - r/c_0) u(t - r/c_0) dx' dy' \\
&+ \sum_m \sum_n \frac{\rho_e}{m_s N_{mn}} \int_{x'} \int_{y'} \frac{\varphi_{mn}(x_0, y_0) \varphi_{mn}(x', y')}{2\pi r} h(t - r/c_0) u(t - r/c_0) dx' dy'
\end{aligned} \tag{29}$$

La réponse temporelle du système à une excitation quelconque $f(t)$ est finalement obtenue par le produit de convolution (théorème de convolution) entre la réponse impulsionnelle et l'excitation :

$$\begin{aligned}
v(x, y, t) &= f(t) * v_{\text{imp}}(x, y, t) \\
p(x, y, z, t) &= f(t) * p_{\text{imp}}(x, y, z, t)
\end{aligned} \tag{30}$$

Dans le cas de la pression, l'expression peut alors s'écrire sous la forme finale :

$$\begin{aligned}
p_{\text{imp}}(x, y, z, t) &= \sum_m \sum_n \frac{\rho_e}{m_s N_{mn}} \int_{x'} \int_{y'} \frac{\varphi_{mn}(x_0, y_0) \varphi_{mn}(x', y')}{2\pi r} f(t - r/c_0) u(t - r/c_0) dx' dy' \\
&+ f(t) * \sum_m \sum_n \frac{\rho_e}{m_s N_{mn}} \int_{x'} \int_{y'} \frac{\varphi_{mn}(x_0, y_0) \varphi_{mn}(x', y')}{2\pi r} h(t - r/c_0) u(t - r/c_0) dx' dy'
\end{aligned} \tag{31}$$

ANNEXE C : CALCUL DE LA RÉPONSE ACOUSTIQUE DANS LE DOMAINE DE LAPLACE D'UNE SPHÈRE ÉLASTIQUE EXCITÉE PAR UNE ONDE PLANE INCIDENTE

Considérons une coque mince sphérique élastique vibrant sous forme axisymétrique (sans torsion) excitée par une onde plane $p_{inc}(z^*, t^*) = \varpi(t^* - (z^* - z_0^*))H(t_0^* - (z^* - z_0^*))$ dans un fluide de propriétés ρ_e, c_e et contenant un fluide de propriétés ρ_i, c_i (Figure 33). Ici $z^* = r^* \cos \theta$. z_0^* correspond à l'origine adimensionnelle des phases.

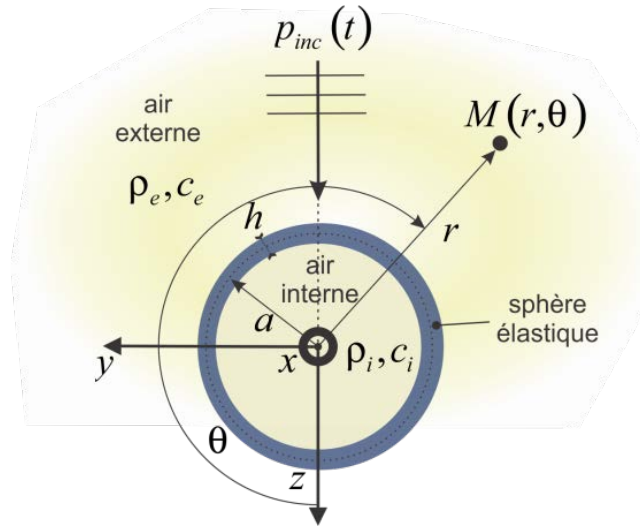


Figure 33 : Sphère élastique excitée par une onde plane impulsionnelle.

Adimensionnalisons les équations de la façon suivante :

$$t = \frac{c_{ex}}{a} t^*, r = \frac{r^*}{a}, z = \frac{z^*}{a}, p = \frac{p^*}{\rho_e c_e^2} \quad (32)$$

$$u_r = \frac{u_r^*}{a}, u_\theta = \frac{u_\theta^*}{a}$$

$H(t)$ est la fonction de Heaviside et $\varpi(t)$ est une fonction arbitraire du temps. En effectuant la transformée de Laplace³² de $p_{inc}(r, \theta, t)$ notée $\tilde{p}_{inc}(r, \theta, s)$, on peut utiliser une décomposition en termes de polynômes de Legendre pour la partie angulaire et de fonction de Bessel sphérique pour la partie radiale [72]. On a alors :

³² $\tilde{\Lambda}(r, \theta, s) = \int_0^{+\infty} \Lambda(r, \theta, t) e^{-st} dt$

$$\begin{aligned}
\tilde{p}_{inc}(r, \theta, s) &= \tilde{\omega}(s) e^{s z_0} e^{-sr \cos \theta} \\
&= \tilde{\omega}(s) e^{s z_0} \sum_{n=0}^{+\infty} (2n+1) (-1)^n i_n(rs) P_n(\cos \theta) \\
&= \tilde{\omega}(s) e^{s z_0} \sum_{n=0}^{+\infty} (2n+1) (-j)^n j_n(-jrs) P_n(\cos \theta)
\end{aligned} \tag{33}$$

où on a utilisé que la transformée de Laplace de $\varpi(t-b)H(t-b)$ est $\tilde{\omega}(s)e^{-sb}$ et que \tilde{p}_{inc} est une solution de $\nabla^2 \tilde{p}_\beta - \alpha_\beta^2 s^2 \tilde{p}_\beta = 0$ ³³ avec $\alpha_\beta = \frac{c_e}{c_\beta}$. Ici $\beta = inc$ et $\alpha_{inc} = 1$. Dans l'équation précédente, s est la variable dans le domaine de Laplace, j est l'unité imaginaire ($j^2 = -1$), $i_n(x)$ et $j_n(x)$ désignent respectivement la fonction de Bessel sphérique modifiée de première espèce d'ordre n et la fonction de Bessel sphérique de première espèce d'ordre n , $P_n(x)$ est le polynôme de Legendre d'ordre n .

La pression diffractée par une sphère rigide peut s'écrire :

$$\tilde{p}_{s_\infty}(r, \theta, s) = \sum_n \tilde{p}_{s_\infty n}(s) h_n^{(2)}(-jrs) P_n(\cos \theta) \tag{34}$$

En appliquant la condition aux limites $\frac{\partial \tilde{p}_{s_\infty}}{\partial r} = -\frac{\partial \tilde{p}_{inc}}{\partial r}$ en $r = 1$ ($r^* = a$), on obtient :

$$\tilde{p}_{s_\infty}(r, \theta, s) = -\tilde{\omega}(s) e^{s z_0} \sum_n (2n+1) (-j)^n P_n(\cos \theta) \frac{j_n'(-js)}{h_n^{(2)'}(-js)} h_n^{(2)}(-jrs) \tag{35}$$

où $h_n^{(2)}(x) = j_n(x) - j y_n(x)$ est la fonction de Hankel sphérique de deuxième espèce d'ordre n et $y_n(x)$ est la fonction de Bessel sphérique de seconde espèce d'ordre n , $h_n^{(2)'} = \frac{dh_n^{(2)}}{dx}$.

³³ L'exposant β réfère à la pression acoustique incidente ($\beta = inc$), à la pression acoustique diffractée par une surface rigide ($\beta = s_\infty$), à la pression acoustique rayonnée à l'extérieur ($\beta = r$), à la pression acoustique totale dans le milieu extérieur ($\beta = e$) ou enfin à la pression acoustique intérieure ($\beta = i$).

Le champ de déplacement se résume à $(\tilde{u}_r(\theta, s), \tilde{u}_\theta(\theta, s))$ et peut s'exprimer par :

$$\begin{cases} \tilde{u}_\theta(\theta, s) = \sum_{n=0}^{+\infty} \tilde{u}_{\theta n}(\theta, s) (1 - \xi^2)^{\frac{1}{2}} \frac{dP_n}{d\xi}(\xi) \\ \tilde{u}_r(\theta, s) = \sum_{n=0}^{+\infty} \tilde{u}_{rn}(s) P_n(\xi) \end{cases} \quad (36)$$

avec $\xi = \cos \theta$.

La pression totale dans le milieu extérieur est donnée par :

$$\tilde{p}_e = \tilde{p}_{se} + \tilde{p}_{inc} \quad (37)$$

avec \tilde{p}_{se} la pression diffractée par la sphère qui s'écrit :

$$\tilde{p}_{se} = \tilde{p}_{s\infty} + \tilde{p}_r \quad (38)$$

La pression adimensionnalisée rayonnée à l'extérieur de la sphère peut s'exprimer sous la forme :

$$\tilde{p}_r(r, \theta, s) = \sum_{n=0}^{+\infty} \tilde{p}_{rn}(s) h_n^{(2)}(-jsr) P_n(\cos \theta) \quad (39)$$

En appliquant la condition aux limites $-\frac{\partial \tilde{p}_r}{\partial r} = s^2 \tilde{u}_r$ en $r = 1$ ($r^* = a$), elle devient:

$$\tilde{p}_r(r, \theta, s) = -js \sum_{n=0}^{+\infty} \tilde{u}_{rn}(s) P_n(\cos \theta) \frac{h_n^{(2)}(-jsr)}{h_n^{(2)'(-js)} \quad (40)$$

où \tilde{p}_r est solution de $\nabla^2 \tilde{p}_\beta - \alpha_\beta^2 s^2 \tilde{p}_\beta = 0$ avec $\beta = r$ et $\alpha_r = 1$.

Notons qu'en $r = 1$,

$$\tilde{p}_r(1, \theta, s) = \sum_{n=0}^{+\infty} \tilde{p}_{rn}(s) P_n(\cos \theta) \quad (41)$$

avec

$$\tilde{p}_{rn} = \tilde{Z}_{en} \dot{\tilde{u}}_{rn} = s \tilde{Z}_{en} \tilde{u}_{rn} \quad (42)$$

où \tilde{Z}_{en} dénote l'impédance de rayonnement modale externe.

Cette impédance est donnée par :

$$\tilde{Z}_{en} = -j \frac{h_n^{(2)}(-js)}{h_n^{(2)' }(-js)} \quad (43)$$

Par ailleurs, la pression adimensionnalisée rayonnée à l'intérieur de la sphère peut s'exprimer sous la forme :

$$\tilde{p}_i(r, \theta, s) = \sum_{n=0}^{+\infty} \tilde{p}_{in}(s) j_n(-j\alpha_i sr) P_n(\cos \theta) \quad (44)$$

En appliquant la condition aux limites $-\frac{\rho_e}{\rho_i} \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial r} = s^2 \tilde{u}_r$:

On obtient :

$$\tilde{p}_i(r, \theta, s) = -js \frac{\rho_i}{\rho_e \alpha_i} \sum_{n=0}^{+\infty} \tilde{u}_m(s) P_n(\cos \theta) \frac{j_n(-j\alpha_i sr)}{j_n'(-j\alpha_i s)} \quad (45)$$

où \tilde{p}_i est solution de $\nabla^2 \tilde{p}^\beta - \alpha_\beta^2 s^2 \tilde{p}^\beta = 0$ avec $\beta = i$ et $\alpha_i = \frac{c_e}{c_i}$.

Notons qu'en $r = 1$, on a

$$\tilde{p}_i(r=1, \theta, s) = \sum_{n=0}^{+\infty} \tilde{p}_{in}(s) P_n(\cos \theta) \quad (46)$$

avec

$$\tilde{p}_{in} = -\tilde{Z}_{in} \dot{\tilde{u}}_m = -s \tilde{Z}_{in} \tilde{u}_m \quad (47)$$

où \tilde{Z}_{in} désigne l'impédance de rayonnement modale interne. Cette impédance est donnée par :

$$\tilde{Z}_{in} = j \frac{j_n(-j\alpha_i s)}{j_n'(-j\alpha_i s)} \quad (48)$$

La pression totale s'exerçant sur la sphère supposée rigide (pression bloquée) constitue le terme d'excitation. Elle s'écrit :

$$\begin{aligned} \tilde{p}_b(\theta, s) &= \tilde{p}_{inc}(1, \theta, s) + \tilde{p}_{s\infty}(1, \theta, s) \\ &= \tilde{\omega}(s) e^{sz_0} \left[\sum_{n=0}^{+\infty} (2n+1)(-j)^n j_n(-js) P_n(\cos \theta) \right. \\ &\quad \left. - \sum_n (2n+1)(-j)^n P_n(\cos \theta) \frac{j_n'(-js)}{h_n^{(2)' }(-js)} h_n^{(2)}(-js) \right] \end{aligned} \quad (49)$$

En se souvenant que :

$$j_n(-js)h_n^{(2)'(-js)} - j_n'(-js)h_n^{(2)}(-js) = \frac{-j}{(-js)^2} \quad (50)$$

La pression totale devient :

$$\tilde{p}_b = \frac{\tilde{\omega}(s)e^{sz_0}}{(-js)^2} \sum_n \frac{(2n+1)(-j)^{n+1} P_n(\cos\theta)}{h_n^{(2)'(-js)}} = \sum_n \tilde{p}_{bn} P_n(\cos\theta) \quad (51)$$

Le champ de déplacement de la sphère à l'ordre n est donc une solution de :

$$\underline{\tilde{a}}^{(n)} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_{\theta n} \\ \tilde{u}_{rn} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_{11}^{(n)} & \tilde{a}_{12}^{(n)} \\ \tilde{a}_{21}^{(n)} & \tilde{a}_{22}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_{\theta n} \\ \tilde{u}_{rn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{F}_n \end{Bmatrix} \quad (52)$$

avec

$$\begin{cases} \tilde{a}_{11}^{(n)} = -\Omega^2 + (1 + \beta^2)(\nu + \lambda_n - 1) \\ \tilde{a}_{12}^{(n)} = \beta^2(\nu + \lambda_n - 1) + (1 + \nu) \\ \tilde{a}_{21}^{(n)} = \lambda_n \tilde{a}_{12}^{(n)} \\ \tilde{a}_{22}^{(n)} = -\Omega^2 + 2(1 + \nu) + \beta^2 \lambda_n (\nu + \lambda_n - 1) + s(\tilde{Z}_{in} + \tilde{Z}_{en}) \frac{(1 - \nu^2)a}{\left(\frac{E}{\rho_e c_e^2}\right)h} \end{cases} \quad (53)$$

avec $\Omega = \frac{-j s c_e}{c_p}$

et

$$\tilde{F}_n = -\tilde{p}_{bn} \frac{(1 - \nu^2)a}{\left(\frac{E}{\rho_e c_e^2}\right)h} = \frac{a}{s^2 h} \frac{(1 - \nu^2)(2n+1)(-j)^{n+1}}{\left(\frac{E}{\rho_e c_e^2}\right)h_n^{(2)'(-js)}} \tilde{\omega}(s)e^{sz_0} \quad (54)$$

La résolution du système (51) permet d'obtenir $(\tilde{u}_{\theta n}, \tilde{u}_{rn})$:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{rn} &= \frac{\tilde{F}_n \tilde{a}_{11}^{(n)}}{\det(\underline{\tilde{a}}^{(n)})} \\ \tilde{u}_{\theta n} &= -\frac{\tilde{a}_{12}^{(n)}}{\tilde{a}_{11}^{(n)}} \tilde{u}_{rn} \end{aligned} \quad (55)$$

Les pressions intérieure et extérieure sont ensuite données par les équations (44) et (36). Le système peut alors être réécrit en faisant intervenir la réponse de la coquille *in vacuo*. Celle-ci peut s'écrire :

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{m, \text{in vacuo}} &= -\frac{(-\Omega^2 + (1 + \beta^2)(\nu + \lambda_n - 1)) (1 - \nu^2) a \tilde{p}_{bn}}{\det(\tilde{\underline{a}}_{\text{in vacuo}}^{(n)}) \left(\frac{E}{\rho_e c_e^2}\right) h} \quad \text{si } n > 0 \\ \tilde{u}_{m, \text{in vacuo},0} &= -\frac{\tilde{p}_{b0} (1 - \nu^2) a}{-\Omega^2 + 2(1 + \nu) + \beta^2 \lambda_n (\nu + \lambda_n - 1) \left(\frac{E}{\rho_e c_e^2}\right) h}\end{aligned}\quad (56)$$

avec

$$\begin{aligned}\det(\tilde{\underline{a}}_{\text{in vacuo}}^{(n)}) &= \Omega^4 - (1 + 3\nu + \lambda_n - \beta^2(1 - \nu - \lambda_n^2 - \nu\lambda_n))\Omega^2 + \\ &\quad (\lambda_n - 2)(1 - \nu^2) + \beta^2(\lambda_n^3 - 4\lambda_n^2 + \lambda_n(5 - \nu^2) - 2(1 - \nu^2))\end{aligned}\quad (57)$$

Définissons l'impédance mécanique modale comme le rapport de la pression excitatrice au déplacement normal lorsque la coquille est *in vacuo*:

$$\begin{aligned}\tilde{Z}_{mecn} &= \frac{-\tilde{p}_{bn}}{\dot{\tilde{u}}_{rn, \text{in vacuo}}} = \frac{-\tilde{p}_{bn}}{s\tilde{u}_{rn, \text{in vacuo}}} = -\frac{j\rho_s c_p h}{\rho_e c_e \Omega a} \frac{\det(\tilde{\underline{a}}_{\text{in vacuo}}^{(n)})}{(\Omega^2 - (1 + \beta^2)(\nu + \lambda_n - 1))} \quad n > 0 \\ Z_{mec0} &= \frac{-p_{b0}}{\dot{W}_{\text{in vacuo},0}} = -\frac{j\rho_s c_p h}{\rho_e c_e \Omega a} [\Omega^2 - 2(1 + \nu)]\end{aligned}\quad (58)$$

avec ρ_s la masse volumique de la coque, h son épaisseur, a son rayon, $c_p = \sqrt{\frac{E}{(1 - \nu^2)\rho_s}}$, E son module d'Young, ν son coefficient de Poisson. On a $\beta^2 = \frac{h^2}{12a^2}$ et $\lambda_n = n(n+1)$.

En présence des charges fluides de part et d'autre de la sphère, le coefficient $a_{22}^{(n)}$ de l'équation (52) se réécrit :

$$\tilde{a}_{22}^{(n)} = s(\tilde{Z}_{mecn} + \tilde{Z}_{in} + \tilde{Z}_{en}) \frac{(1 - \nu^2) a}{\left(\frac{E}{\rho_e c_e^2}\right) h}\quad (59)$$

La résolution du système (51) permet d'obtenir $(\tilde{u}_{\theta n}, \tilde{u}_m)$:

$$\begin{aligned}\tilde{u}_m &= \frac{-\tilde{p}_{bn}}{s(\tilde{Z}_{mecn} + \tilde{Z}_{in} + \tilde{Z}_{en})} \\ \tilde{u}_{\theta n} &= -\frac{\tilde{a}_{12}^{(n)}}{\tilde{a}_{11}^{(n)}} \tilde{u}_m\end{aligned}\quad (60)$$

Par conséquent, en utilisant (59) dans (44) et (39), la pression devient

$$\tilde{p}_i(r, \theta, s) = j \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\tilde{P}_{bn}}{(\tilde{Z}_{mecn} + \tilde{Z}_{in} + \tilde{Z}_{en})} P_n(\cos \theta) \frac{j_n(-j\alpha_i sr)}{j_n'(-\alpha_i js)} \quad (61)$$

et

$$\tilde{p}_r(r, \theta, s) = j \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\tilde{P}_{bn}}{(\tilde{Z}_{mecn} + \tilde{Z}_{in} + \tilde{Z}_{en})} P_n(\cos \theta) \frac{h_n^{(2)}(-jsr)}{h_n^{(2)' }(-js)} \quad (62)$$

Les équations dans le domaine de Fourier, en supposant une dépendance du type $e^{j\omega t^*}$ et correspondant à une transformée de Fourier $\hat{\Lambda}(r^*, \theta, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Lambda(r^*, \theta, t^*) e^{-j\omega t^*} dt^*$, sont obtenues simplement en substituant dans toutes les équations précédentes s par le terme $\frac{j\omega a}{c_e}$, $\tilde{\omega}(s) e^{sz_0}$

par l'amplitude complexe adimensionnelle \hat{P}_i de l'onde plane incidence et en remplaçant les symboles \sim (transformées de Laplace) par $\hat{}$ (transformée de Fourier).

ANNEXE D : CALCUL DIRECT DE LA RÉPONSE D'UNE DEMI-SPHÈRE BAFFLÉE DANS COMSOL

Dans cette annexe, le problème de la demi-sphère bafflée est directement modélisé avec le logiciel COMSOL. En d'autres termes, seulement un quart de la demi-sphère est modélisé en raison de la symétrie du problème.

La Figure 34 illustre les différentes conditions aux limites s'appliquant sur les faces des domaines fluides externe et interne (⑥ de type rigide, ①, ④ de type symétrie, ②, ③, ⑤ de type rayonnement). Les conditions aux limites de la structure (quart de coque représentée à la Figure 34) sont de type symétrie.

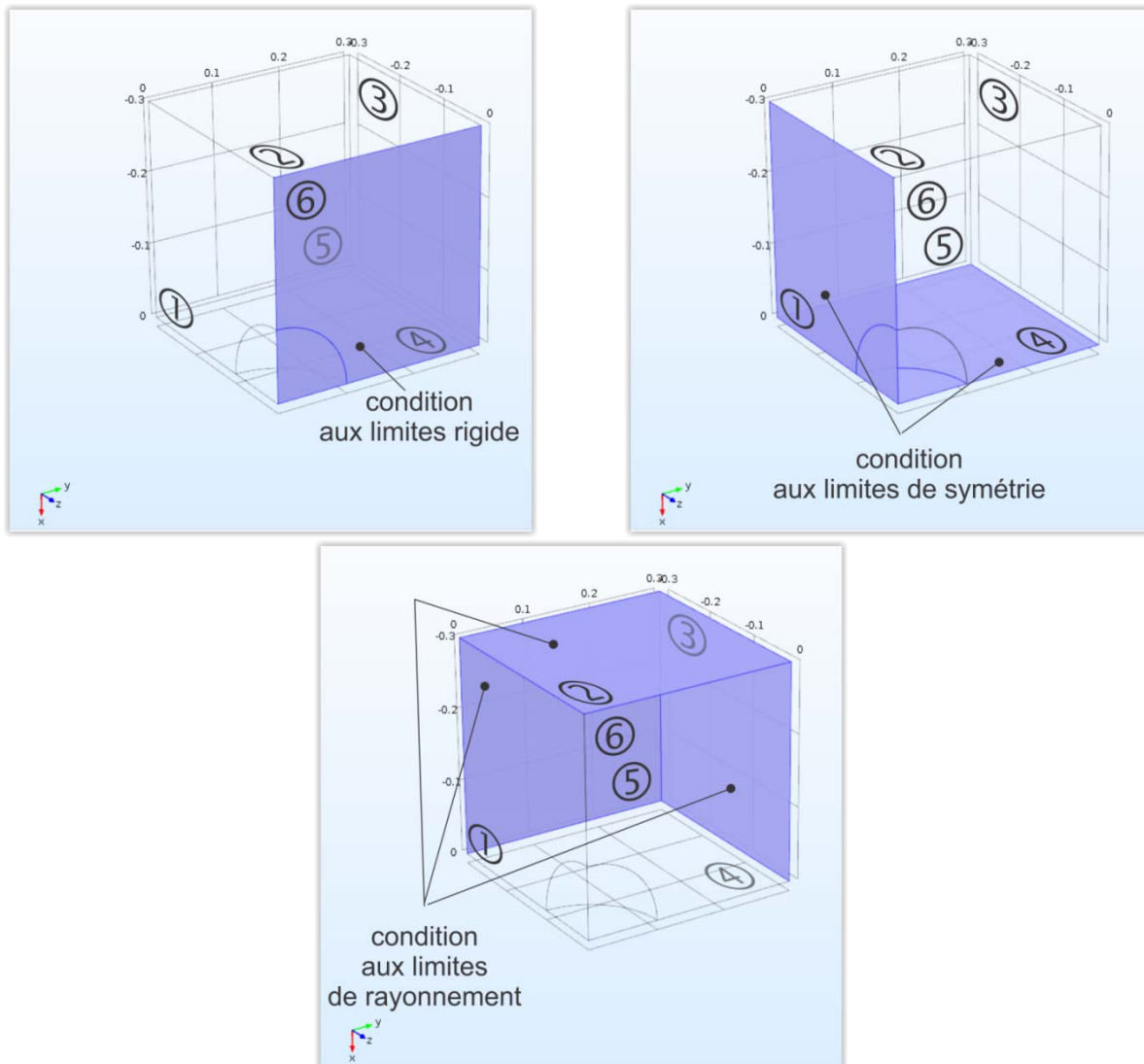


Figure 34 : Conditions aux limites du modèle de la demi-sphère dans l'interface graphique de COMSOL.

La Figure 35 illustre l'effet de l'augmentation des dimensions dans le plan du baffle du domaine externe dans le logiciel COMSOL, sur la réponse temporelle aux points de calcul A_1 , B_1 , O , A_2 , B_2 pour une excitation par le pulse gaussien. La solution de référence est également tracée. Pour la pression acoustique extérieure, la taille minimale du baffle (60 cm) permet de capturer la solution de référence jusqu'à $T = 5$ et après $T = 12$. Ainsi, sur la durée considérée, l'effet des dimensions du baffle se manifeste entre $T = 5$ et $T = 12$. Pour la pression acoustique intérieure, l'effet du baffle est moins critique avec un effet qui se traduit principalement après $T = 10$. Les arêtes du baffle peuvent être considérées comme des sources secondaires qui vont venir perturber le signal. Plus le baffle est grand et plus les signaux émis par les sources secondaires tardent à se manifester (Figure 35). Au fur et à mesure que les dimensions du domaine externe augmentent, la solution fournie par le logiciel COMSOL correspond à la solution de référence sur une durée de plus en plus importante. Avec un calcul approximatif, on peut dire que le signal temporel en un point de calcul spécifique commence à être affecté par les arêtes du baffle lorsque la contribution de la source secondaire parvient en ce point, c'est-à-dire à partir d'un temps adimensionnel égal à $T = 3 + \frac{d}{a}$ (temps mis par le pulse pour atteindre le baffle + distance d entre l'arête du baffle et le point de calcul divisé par le rayon a de la sphère). Pour les points A_1 et B_1 et, par exemple, le premier domaine de 60 cm x 60 cm x 60 cm, cela correspond à $T = 6,16$ et $T = 5$ comme on le voit à la Figure 35. On constate donc que les différences entre la solution de référence et la solution numérique correspondant au modèle numérique de la demi-sphère bafflée sont imputables à la prise en compte d'un baffle fini au lieu d'un baffle infini.

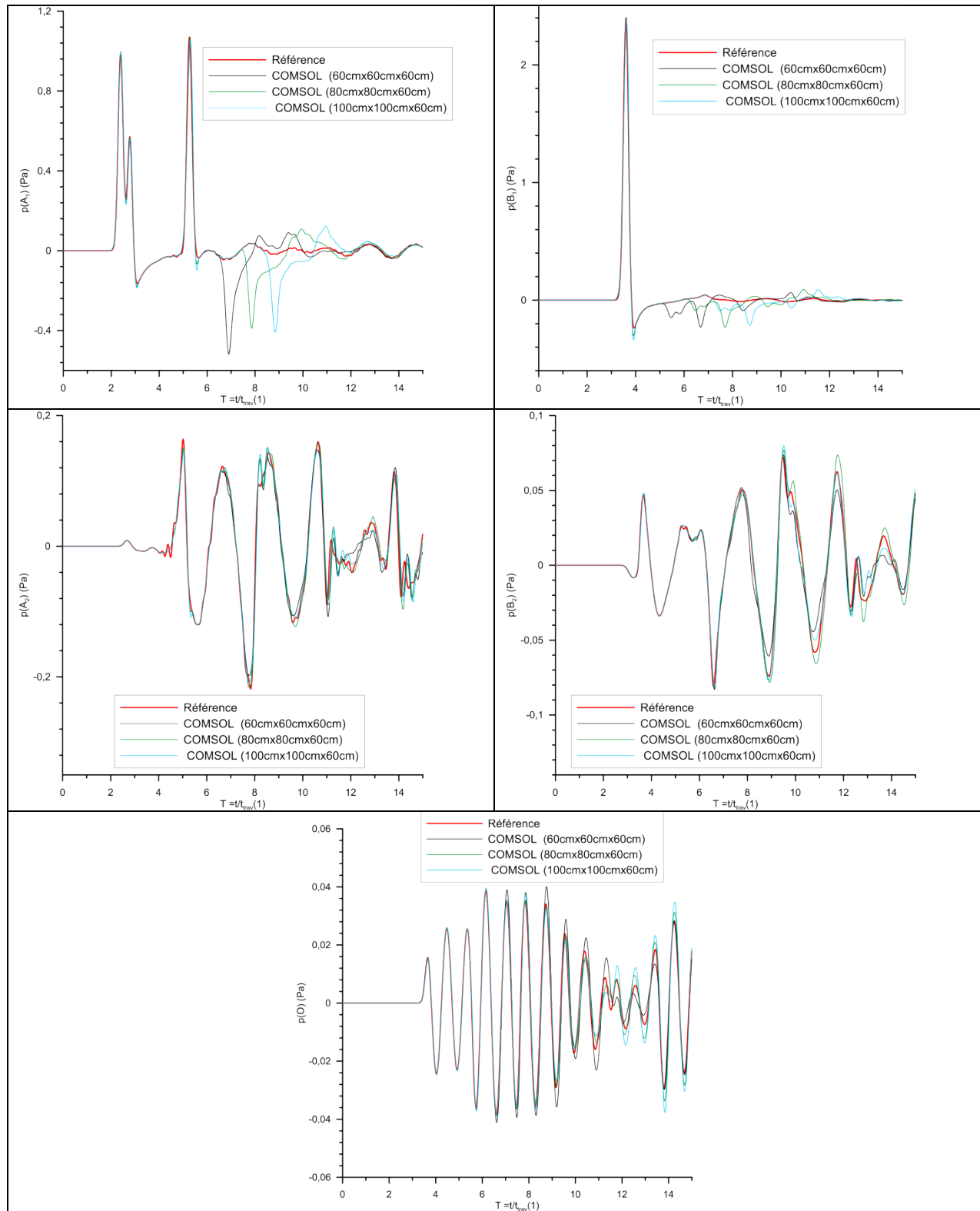


Figure 35 : Influence des dimensions du baffle sur les réponses temporelles aux points de calcul – comparaison entre les résultats du logiciel COMSOL et la solution de référence.